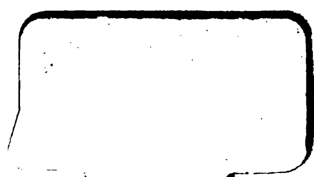




All'Ill.mo Sig. Prof. A.
rispettoso omaggio

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
(ANNO CCCI 1904)

L'ASSORBIMENTO SELETTIVO DELL'ATMOSFERA TERRESTRE

SULLA LUCE DEGLI ASTRI

NUOVI PROCEDIMENTI PER LO STUDIO DELL'ASSORBIMENTO ATMOSFERICO
CON APPLICAZIONE ALLE OSSERVAZIONI ASTROFOTOMETRICHE ISTITUITE DA MÜLLER E KEMPF
NEGLI OSSERVATORI DI CATANIA E DELL'ETNA (1894)

MEMORIA

DEL DOTTOR

A. BEMPORAD



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1905

1. Il potere assorbente dell'atmosfera dipende infatti in prima linea da quell'insieme di dati sperimentali e di leggi empiriche, che possediamo intorno alla costituzione fisica dell'atmosfera, vale a dire intorno alle condizioni di temperatura, pressione e umidità alle varie altezze. Di tali elementi noi conosciamo direttamente il valore appena per la superficie terrestre. Per gli strati atmosferici fino a 9000^m si può ancora ricorrere ai dati, che forniscono le ascensioni aeronautiche, tuttavia col grave inconveniente, che quei dati si riferiscono in generale a tempi e luoghi del tutto diversi da quelli, dove se ne fa l'applicazione. Al disopra di dieci o dodici km. di altezza non conosciamo più quasi nulla di sicuro circa la costituzione dell'atmosfera, e bisogna ricorrere a induzioni più o meno fondate. Ma oltrechè dalla temperatura t, dalla pressione p e dalla umidità ψ l'assorbimento atmosferico dipende da altre circostanze, che sfuggono per ora completamente ai nostri mezzi d'indagine: e il pulviscolo degli strati inferiori, e le sabbie tenuissime trasportate dalle correnti superiori sono tutte cause di perturbazione della trasparenza atmosferica, le quali agiscono in modo eminentemente irregolare, senza che si abbia alcun mezzo ausiliario, come si ha invece pei tre elementi p, t, ψ relativi alla dinamica dell'atmosfera, per misurarne l'influenza. Per avere una rappresentazione palmare del grado di difficoltà del problema della estinzione della luce nell'atmosfera terrestre, basta confrontarlo col problema, per tanti rispetti così intimamente collegato al nostro, della refrazione astronomica. Tutti gli elementi, che intervengono nello studio della refrazione, intervengono anche nel problema della estinzione, ma oltre a questi anche altri, che, mentre influiscono poco o nulla sulla refrazione, fanno variare la estinzione fino a renderla eventualmente infinita, caso, che per la refrazione non si presenta mai. Per la refrazione è terminato ogni studio, quando si è determinata la forma della traiettoria dei raggi luminosi nell'atmosfera. Per la estinzione comincia appena allora il problema, perchè raggi violetti e raggi rossi, i quali traversano l'atmosfera lungo traiettorie pressochè identiche, vengono assorbiti in modo e grado del tutto diverso (assorbimento selettivo).

2. Tutte queste circostanze, che intervengono a complicare la soluzione del problema, non vennero naturalmente considerate dai primi, che si occuparono della questione dell'assorbimento atmosferico, e solo a poco a poco il perfezionarsi delle osservazioni e i progressi dell'analisi misero in luce i varî lati del problema. Così Bouguer (1) (1729) e Lambert (2) (1760) non tennero conto, nè della vera forma della traiettoria luminosa, che essi ammisero rettilinea, nè del decrescimento della temperatura dell'aria coll'altezza, nè della probabile differenza di trasparenza fra gli strati inferiori e superiori dell'atmosfera e molto meno, ben s'intende, dell'assorbimento selettivo. Laplace (3) (1805) apportò un lieve perfezionamento alla formola di Bouguer, tenendo conto, fino a un certo segno, nel calcolo degli spessori atmosferici attraversati dai

(1) Bouguer P., *Essai d'optique sur la gradation de la lumière.* Paris, 1729. — Idem, *Traité d'optique sur la gradation de la lumière,* ouvrage posthume, publié par M. l'Abbé de La Caille. Paris, 1760.

(2) Lambert J. H., *Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae.* Augustae Vindelicorum, 1760 (Edito in tedesco da F. Anding, Ostwald's Klassiker der exacten Wissenschaften, Nr. 31-33. Leipzig, 1892).

(3) Laplace, *Mécanique céleste,* tome IX, chap. III.

raggi luminosi, della curvatura della loro traiettoria dipendente dalla refrazione astronomica. Molto tempo dopo (nel 1882) Maurer (1) cercò di completare la trattazione di Laplace, nel senso di tener conto della vera forma della traiettoria con tutto il rigore delle ordinarie teorie della refrazione, ma, come ebbi a mostrare in altro luogo (2), un grave abbaglio da lui preso nella semplificazione di certi integrali fece sì, che la sua formola è da riguardare, come molto più scorretta di quelle di Bouguer e di Laplace. Hausdorff (3) nel 1895 svolse minuziose ricerche analitiche all'intento di stabilire una formola d'estinzione, che si accordasse tanto coi dati di fatto, che possediamo circa la costituzione fisica dell'atmosfera, quanto colle accurate osservazioni di estinzione eseguite da G. Müller a Potsdam, ma egli fallì il suo scopo, e non accade qui di spiegarne più minutamente il perchè (4). Non è a mia cognizione, che altri lavori siano comparsi su questo argomento — del calcolo degli spessori atmosferici corrispondenti alle varie distanze zenitali — fino ai miei, dei quali mi permetto di far qui un breve cenno.

In un primo studio sulla teoria d'estinzione di Bouguer (5) rettificai la nota formola di estinzione data dal grande fisico francese di un non lieve errore sfuggito singolarmente ad una estesa serie di illustratori (Forbes, Crova, Radau, Maurer, Angot, Violle, Chistoni, Müller ed altri). Gli sviluppi da me dati in questo primo lavoro erano esatti, per quanto comportava l'ipotesi da Bouguer assunta circa la costituzione dell'atmosfera, ma risentivano tuttavia, come gli sviluppi di Bouguer, dell'inconveniente di riuscire di convergenza lentissima per forti distanze zenitali; anche questo inconveniente però veniva da me tolto in un lavoro successivo (6), nel quale detti uno sviluppo della estinzione, fondato ancora sulle ipotesi fatte da Bouguer circa la costituzione dell'atmosfera, ma praticamente applicabile per qualunque distanza zenitale.

Presi in esame quindi (7) le altre teorie della estinzione, principalmente quelle di Laplace e di Maurer, e mostrai come i perfezionamenti apportati da queste teorie, nel senso di tener conto dell'effetto della refrazione per il calcolo degli spessori atmosferici, siano, nel primo caso, illusorî, nel secondo caso, come già si è detto, falsi del tutto; questo dimostrai, dando la forma dell'integrale della estinzione, quale risulta da un'analisi rigorosa del problema, fondata sulle stesse ipotesi, che si fanno nelle

(1) Maurer, *Die Extinction des Fixsternlichtes in der Erdatmosphäre in ihrer Beziehung zur astronomischen Refraction*. Dissertatio inauguralis, Zürich, 1882. V. anche G. Müller, *Photometrie der Gestirne*, pag. 128 (1896).

(2) A. Bemporad, *Sulla teoria della estinzione atmosferica*. Mem. della Soc. degli Spettrosc. Ital., XXXII (1903), pag. 49.

(3) Hausdorff, *Ueber die Absorption des Lichtes in der Atmosphäre*. Sitzungsber. der Sächs. Gesell. der Wissensch. 1895, pag. 401.

(4) V. in proposito la recensione di P. Kempf in *Vierteljahrschr. der Astronom. Gsell.* Jahrg. 31.

(5) A. Bemporad, *Sulla teoria d'estinzione di Bouguer*. Mem. della Soc. degli Spettrosc. Ital., XXX (1901).

(6) A. Bemporad, *Sopra un nuovo sviluppo dell'integrale della estinzione atmosferica*. Mem. della Soc. degli Spettrosc. Ital., XXXI (1902).

(7) A. Bemporad, *Sulla teoria della estinzione atmosferica*. Mem. della Soc. degli Spettrosc. Ital., XXXII (1903).

migliori teorie della refrazione. Di questa forma rigorosa ho dato infine uno sviluppo convergentissimo e valido per qualunque distanza zenitale in un lavoro del tutto recente ([1]), nel quale ho discusso anche la influenza sulla estinzione delle variazioni di temperatura e pressione e infine della posizione geografica del luogo d'osservazione. Questa parte del problema, che riguarda il calcolo degli spessori atmosferici attraversati dai raggi incidenti con data distanza zenitale, può dunque considerarsi come ampiamente trattata e praticamente risoluta con esattezza paragonabile a quella, che si raggiunge nelle teorie così perfezionate della refrazione astronomica.

3. Ma, come si è detto sopra, una volta determinato lo spessore d'aria, che attraversano i raggi degli astri per giungere fino a noi, il problema della estinzione non è che per metà risoluto, perchè ignoriamo con quale legge varî la trasparenza specifica dell'atmosfera coll'altezza e non siamo in grado di valutare l'importo dell'assorbimento selettivo sulle diverse radiazioni percorrenti la stessa traiettoria. Si presenta dunque il problema di studiare separatamente la influenza di queste due cause perturbatrici. Che ad una almeno di queste due cause debbano corrispondere importi sensibili nel fenomeno della estinzione, è fuori di dubbio. Ripetute osservazioni, sulle quali torneremo in seguito, hanno mostrato infatti, che gli strati inferiori dell'atmosfera (fino a due o tremila metri) posseggono un coefficiente di assorbimento molto più rilevante di quello a cui conducono — per l'atmosfera complessiva — le ordinarie determinazioni attinometriche e fotometriche mediante la legge di Bouguer-Pouillet, e questo maggiore assorbimento non può spiegarsi, che coll'una o coll'altra delle due cause accennate. Una prova particolarmente convincente, che la detta legge non può da sola spiegare il fenomeno della estinzione, neppure in casi, per dir così, ideali di purezza dell'atmosfera, è stata da me fornita colla mia « nuova riduzione delle osservazioni astrofotometriche fatte dal prof. G. Müller al Säntis » ([2]). Avendo io ottenuto infatti in questa riduzione per le singole stelle in ciascuna delle sere d'osservazione la *luminosità apparente allo Zenit* e il *coefficiente di trasmissione dell'atmosfera* col fondamento della teoria di Bouguer-Pouillet, avrebbe dovuto risultare fra questi due valori, in relazione al loro significato fisico, questo semplice legame, che nelle sere, nelle quali il coefficiente di trasmissione dell'atmosfera risultava maggiore, fosse anche maggiore la luminosità apparente allo Zenit. Lungi dall'avvenir questo, in ben $^3/_4$ dei casi risultò precisamente l'opposto. Le osservazioni astrofotometriche dunque, nella perfezione a cui sono state spinte dall'opera indefessa di Müller, conducono a manifestazioni, che non si sanno spiegare colle ipotesi fin qui ammesse; è dunque bene il momento di indagare, quale sia la causa probabile di tali manifestazioni. A tale scopo è diretto il presente lavoro ed uno dei risultati principali è quello di mettere in luce la influenza fin qui molto discussa, ma *giammai quantitativamente dimostrata* dell'assorbimento selettivo e di indicare un nuovo procedimento singolarmente efficace per lo studio di questo lato del problema (dell'altro si è già detto sopra).

4. Non sarà inutile, perchè risulti più chiaro, quale sia lo stato attuale della questione, e di qual natura e importanza sia il progresso, che ci proponiamo di otte-

([1]) A. Bemporad, *Zur Theorie der Extinktion des Lichtes in der Erdatmosphäre*. Mitteilungen der Grossh. Sternwarte zu Heidelberg (astrometr. Abteilung) IV, 1904.

([2]) Mem. della Soc. degli Spettrosc. Ital., XXXI, 1902.

nere col lavoro attuale, un rapido riassunto storico delle fasi principali, per le quali è passata l'idea dell'assorbimento selettivo dal suo nascere fino ad oggi.

Nello stabilire la legge di assorbimento, che porta il suo nome, Bouguer, non teneva conto che della *quantità* dei raggi, che rimangono assorbiti da un determinato strato d'aria. Egli faceva all'incirca la considerazione seguente, riprodotta del 1838 da Pouillet [1].

Suppongasi, che la intensità luminosa I di un dato fascio di raggi F venga ridotta, nell'attraversare un dato strato assorbente MM, ad I'. Se si considera allora accanto

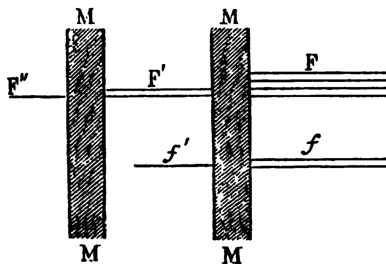


Fig. 1.

al primo fascio di raggi F un secondo fascio f di intensità *i precisamente uguale* ad I', il *medesimo strato* assorbirà i due fasci F, f nella medesima ragione, vale a dire, la intensità luminosa i' del fascio emergente f', che corrisponde ad f, sarà la stessa parte di i come I' di I. In simboli

$$\frac{i'}{i} = \frac{I'}{I}.$$

Se ora si fa passare F' attraverso un secondo strato *identico* al primo, vista l'*identità* del fascio F' e del fascio f, e vista altresì la identità dei mezzi assorbenti, il fascio F' verrà ridotto da questo secondo strato assorbente nella stessa ragione, come f dal primo strato. In simboli

$$\frac{I''}{I'} = \frac{i'}{i} = \frac{I'}{I},$$

da cui subito

$$\frac{I''}{I} = \left(\frac{I'}{I}\right)^2.$$

Continuando questa considerazione per una serie di strati sempre identici al primo, ne segue subito la legge esponenziale dell'assorbimento di Bouguer-Pouillet. Se conveniamo di chiamare *coefficiente di trasmissione* di uno strato il rapporto della

(1) C. R. 1838, t. VII, pag. 24.

intensità luminosa trasmessa (I′) alla intensità luminosa incidente (I), la legge di Bouguer-Pouillet può enunciarsi, come segue:

Il coefficiente di trasmissione di uno strato diminuisce in ragione geometrica coll'aumentare in ragione aritmetica dello spessore dello strato assorbente. In simboli, posto eguale a p il coefficiente di trasmissione di uno strato unitario, e detta s la misura dello spessore dello strato considerato

$$\mathrm{I}' = \mathrm{I}\, p^s. \tag{1}$$

È ora facile vedere, quale sia il lato debole del ragionamento di Bouguer. Il ragionamento è legittimo, solo in quanto possa ammettersi la idontità del fascio emergente F′ con una certa frazione f della luce incidente. Ora è chiaro, che, se si fa passare ad es. un raggio di luce bianca attraverso un vetro rosso, il raggio emergente non è affatto paragonabile fotometricamente con una frazione qualunque della luce incidente, perchè le due luci in questione sono qualitativamente oltrechè quantitativamente diverse. In altri termini il ragionamento di Bouguer non può valere rigorosamente che per raggi semplici di una determinata lunghezza d'onda, e cade in difetto, se applicato ad una qualunque luce composta, a meno che il mezzo assorbente, che si considera, non possieda esattamente lo stesso potere assorbente per tutte le radiazioni dello spettro, caso che forse non si presenta in natura, e che in ogni modo non è quello dell'atmosfera. Ora Bouguer stesso applicò la sua legge a determinare l'assorbimento esercitato dall'atmosfera terrestre sulla luce degli astri. A tal uopo egli misurò la intensità luminosa dei raggi lunari a due diverse altezze dell'astro sull'orizzonte (19° 16′ e 66° 11′); calcolò colla formola d'estinzione, che porta il suo nome, il rapporto degli spessori d'aria attraversati dai raggi nei due casi, e ne ricavò facilmente il coefficiente di trasmissione dell'atmosfera nella direzione verticale.

Poichè il procedimento di Bouguer è in sostanza quello seguito nella massima parte delle ricerche attinometriche e astrofotometriche fino ad oggi, e circa la validità di questo procedimento si è accesa nell'ultimo ventennio la questione mentovata in principio, non sarà fuor di luogo l'accennare un poco più davvicino, come si determini dalle osservazioni attinometriche o fotometriche d'un astro in due distanze zenitali molto diverse il coefficiente di trasmissione p dell'atmosfera in direzione verticale.

Secondo il significato di questa costante, se i_o è la luminosità apparente d'un astro allo Zenit e I la luminosità effettiva al limite dell'atmosfera, sarà

$$i_0 = \mathrm{I}p\,.$$

Se poi s_z denota lo spessore d'aria attraversato da raggi incidenti colla distanza zenitale z (lo spessore in direzione verticale calcolato come 1) e i_z indica la corrispondente intensità luminosa (apparente), sarà ancora

$$i_z = \mathrm{I}p^{s_z}\,.$$

Eliminando quindi I fra le due equazioni,

$$i_z = i_0\, p^{s_z - 1}. \tag{2}$$

Da due equazioni di questa forma corrispondenti a distanze zenitali molto diverse possono ricavarsi — essendo note le intensità luminose i_z dalla osservazione e gli spessori atmosferici s_z dalla teoria della estinzione — le due incognite i_0 e p.

5. Nel 1841 Forbes ([1]) in una lucida esposizione critica dei lavori di Bouguer, Lambert, Laplace e Pouillet sull'assorbimento atmosferico, attaccava la validità della legge esponenziale di Bouguer-Pouillet colla seguente semplicissima considerazione. Se si fa passare luce di varî colori attraverso vetri rossi di differente spessore si vedrà, che i vetri sottili lasciano passare più o meno tutte le radiazioni dello spettro, mentre i vetri più spessi lasciano passare soltanto i raggi rossi; il coefficiente di trasmissione di tali vetri risulterà quindi necessariamente diverso, secondo che lo si determina da vetri sottili o da vetri molto spessi, e non altrimenti accadrà per l'atmosfera. Forbes precisò anzi di più, che il coefficiente di trasmissione deve risultare maggiore, se determinato da spessori maggiori; infatti la luce, che ha attraversato un strato S di spessore rilevante è già spogliata delle radiazioni che rimangono più facilmente assorbite, quindi il coefficiente di trasmissione, che si troverà confrontando l'assorbimento di un tale strato S con quello di uno strato 2 S, essendo relativo a radiazioni, che rimangono meno facilmente assorbite, sarà necessariamente maggiore di quello, che risulterebbe dal confronto degli assorbimenti di uno strato s e di uno strato $2s$, supposto s notevolmente minore di S.

6. Nel 1877 Radau ([2]) osservava esplicitamente, che la formola di Bouguer-Pouillet vale rigorosamente solo per luce monocromatica, ed aggiungeva, che la intensità della radiazione trasmessa da un astro attraverso l'atmosfera dovrebbe esprimersi colla somma di una serie di termini, ognuno corrispondente ad un fascio particolare di raggi secondo la formola

$$I' = I_1 p_1^s + I_2 p_2^s + \cdots \tag{3}$$

7. Nel 1884 Langley (l. c.) venne ad affermazioni più precise. Assumendo per la intensità luminosa I′ trasmessa dall'atmosfera la stessa espressione (3) che, aveva proposto Radau, Langley dava in forma rigorosamente matematica la dimostrazione di quanto aveva già asserito Forbes, che cioè il coefficiente di trasmissione determinato al modo di Bouguer-Pouillet riesce necessariamente troppo grande ([3]), ed esprimeva per conto suo l'opinione, che l'effettivo assorbimento dell'atmosfera ammonti almeno al 40 °/₀ della radiazione incidente, anzichè al 18 o 20 °/₀, come si ottiene col metodo consueto. Langley fondava questo suo convincimento anzitutto sul fatto ben noto dopo le esperienze di Melloni e di altri, che il coefficiente di assorbimento cresce gradatamente, procedendo dalle parti meno rifrangibili verso le parti più rifrangibili dello spettro; in secondo luogo poi sul fatto, che specialmente nella parte più luminosa dello spettro (in vicinanza della linea D) sono numerosissime le linee telluriche, linee oscure corrispondenti a radiazioni, che rimangono quasi totalmente assorbite nel

([1]) Forbes J. D., *On the transparency of the atmosphere and the law of extinction of the solar rays in passing through it.* Phil. Trans. 132, pag. 225 (1842).

([2]) Radau, *Actinométrie*, Paris, 1877, pag. 23.

([3]) La dimostrazione di Langley è stata riprodotta in varî luoghi, fra gli altri nella *Photometrie der Gestirne* di G. Müller, pag. 139 (1897).

loro percorso attraverso l'atmosfera terrestre, e che appaiono straordinariamente rinforzate, quando i raggi osservati siano alquanto obliqui, epperò alquanto rilevanti le masse d'aria attraversate. L'uno e l'altro fenomeno fan pensare necessariamente, che la luce, la quale ha traversato un largo spessore d'aria venga assorbita molto diversamente dalla luce, che ha traversato uno spessore relativamente piccolo (precisamente come aveva intuito Forbes), e allora cadono in difetto le ordinarie determinazioni dell'assorbimento atmosferico secondo la teoria di Bouguer-Pouillet, per le quali si presuppone appunto uno stesso cofficiente di assorbimento (o di trasmissione) per stelle zenitali, come per stelle molto vicine all'orizzonte.

8. Sul rigore teorico della dimostrazione di Langley nessuno pose dubbio. Le divergenze nacquero sulla portata pratica di questa obbiezione, e la quasi generalità dei fisici e degli astronomi, che si occupavano di ricerche attinometriche o astrofotometriche, ritenne, che il calcolo di Langley fosse di troppo esagerato. Michalke (1), Abney (2), Seeliger (3), Müller (4), portarono svariate considerazioni, quale d'indole teorica, quale d'indole sperimentale, in prova che l'assorbimento dell'atmosfera (in direzione verticale) non potesse superare di molto il 20 %.

Si osservava anzitutto, che i raggi più luminosi dello spettro sono compresi in una zona relativamente ristretta, verso il giallo, cosicchè il coefficiente di trasmissione della radiazione complessiva coinciderà molto sensibilmente col coefficiente di trasmissione di queste radiazioni più intense. L'errore, che si viene a commettere, assumendo un unico coefficiente di trasmissione anzichè tanti, quante sono le radiazioni semplici, non può essere dunque molto grande.

Si osservava ancora, che se l'assorbimento selettivo ha in realtà tutta la portata supposta da Langley, dovrebbero risultare, conforme all'osservazione di Forbes, valori diversi per il coefficiente di trasmissione, determinandolo da strati atmosferici di differente spessore. Così ricavando il coefficiente di trasmissione nel modo sopra indicato dalle osservazioni attinometriche o fotometriche d'un astro fatte a varie distanze zenitali, $z_1 > z_2 > z_3, \ldots$ dovrebbe notarsi un andamento ben pronunziato nei valori del coefficiente di trasmissione ricavati dalle singole coppie (z_1, z_2), $(z_1, z_3), \ldots$

Ora le più accurate osservazioni, come quelle di Seydel a Monaco e di Müller a Postdam non presentano alcuna traccia di un siffatto andamento. Questa obbiezione era stata bensì preveduta da Langley; egli aveva dimostrato infatti nella pubblicazione citata, come, ammettendo una certa particolare composizione per il raggio luminoso, possa accader benissimo, che le osservazioni di estinzione (metodo di Bouguer-

(1) Michalke C., *Untersuchungen über die Extinction des Sonnenlichtes in der Atmosphäre.* Astr. Nachr. 113, n. 2691 (1886).

(2) Abney W., *On the atmospheric transmission of visual and photographycally active light.* Monthly Not. 47, pag. 260 (1887). — *Transmission of sunlight through the earth's atmosphere.* Phil. Trans. 178, pag. 251 (1887) e Phil. Trans. 184, pag. 1 (1893).

(3) Seeliger H., *Ueber die Extinction des Lichtes in der Atmosphäre.* Sitzungsber. der Münchner Akad., II, Cl. 21, pag. 247 (1891).

(4) Müller G., *Photometrische und spectroskopische Beobachtungen, angestellt auf dem Gipfel des Säntis.* Public. des Astrophys. Observ. zu Postdam, 8, n. 27, pag. 1 (1891). V. inoltre *Photometrie der Gestirne,* pag. 139 e Müller-Kempf, op. cit.

Pouillet) corrispondenti a varie distanze zenitali diano tutte valori dell'assorbimento attorno a 0.2, mentre pure il vero valore dell'assorbimento è 0.4. Ma di rimando venne osservato ([1]), che anzitutto il caso supposto da Langley è puramente ipotetico, e nessuno ci dice, che avvenga qualche cosa di simile in natura; in secondo luogo, che anche nel caso supposto da Langley, che costituisce certo un caso estremo, l'andamento nei valori di p ricavati da diverse distanze zenitali non è tuttavia così piccolo, che non dovesse venir rivelato da accurate misure astrofotometriche.

Un'ultima circostanza infine, che sembra contraria alla opinione espressa da Langley, è la seguente. Noi possiamo variare lo spessore d'aria attraversato dai raggi d'un astro, non solo, osservando quest'ultimo a diverse distanze zenitali, ma anche e più efficacemente, osservandolo da luoghi situati a differenti altezze sul livello del mare. Se ora l'influenza dell'assorbimento selettivo — nei suoi due differenti aspetti: variabilità continua del coefficiente di trasmissione secondo la lunghezza d'onda e variabilità saltuaria corrispondente alle linee telluriche — è così sensibile, come suppone Langley, inalzandosi nell'atmosfera, vale a dire determinando il coefficiente di trasmissione da strati via via sempre più piccoli, dovrebbero risultare — sempre conforme all'osservazione di Forbes — valori via via minori per il coefficiente di trasmissione. Questo risulta del resto chiaramente anche da un breve esame della formola (2). Inalzandosi, aumenteranno infatti tanto la i_0 che la i_z, perchè minore è lo spessore d'aria attraversato sia dai raggi zenitali, che dai raggi incidenti colla distanza zenitale z; ma, se è fondato in tutta la sua estensione l'asserto di Langley, dovrebbe notarsi un molto maggiore accrescimento in i_0 che in i_z, se z indica una distanza zenitale assai grande, perchè in i_0 vengono a comparire qualità di raggi, che presso i_z, cioè per un percorso molto radente all'orizzonte, rimangono totalmente estinte o molto più fortemente assorbite. D'altra parte si può dimostrare ([2]), che la funzione $F(z) = s_z$ si mantiene sensibilmente invariata, col variare dell'altezza del luogo d'osservazione sul livello del mare. Appar chiaro allora dalla (2), che, dato l'aumento non proporzionale delle i_0, i_z nel senso indicato sopra, e data la invariabilità della $F(z) = s_z$ coll'altezza, dovrà necessariamente diminuire, via via che ci si inalza, il coefficiente di trasmissione p. Ora le migliori determinazioni attinometriche e astrofotometriche eseguite su alte montagne non danno alcun indizio di tale contegno, se mai del contegno opposto. Questa fu ritenuta dunque come una terza prova, che l'obbiezione di Langley non potesse avere pratica importanza.

Senza accennare varî altri argomenti, che vennero portati contro l'obbiezione di Langley, ci limiteremo ad osservare, che tutti avevano un difetto fondamentale, e cioè erano tutti più o meno argomenti, se così è lecito esprimersi, *negativi*. Dal non verificarsi una data relazione *accessoria* si voleva inferire, che l'obbiezione di Langley non potesse avere importanza pratica, nè si rifletteva, che le circostanze accessorie, appunto perchè tali, possono bene venir in conflitto le une colle altre e non dare le

([1]) V. Müller G., *Photometrische und spectroskopische Beobachtungen angestellt auf dem Gipfel des Säntis.* Public. des Astrophys. Observ. zu Potsdam, 8 (n. 27), pag. 8 (1891) e inoltre Müller-Kempf, op. cit., pag. 214 (1898).

([2]) V. in proposito il mio lavoro già citato: *Zur Theorie der Extinktion des Lichtes . . .* cap. V.

manifestazioni volute. Appunto nel caso particolare in questione è ben chiaro, che le due circostanze, 1° dell'assorbimento selettivo, 2° del maggior potere assorbente degli strati inferiori dell'atmosfera, tendono a produrre effetti contrari, perchè la prima, come si è mostrato, tende a far diminuire il coefficiente di trasmissione coll'altezza, mentre la seconda conduce necessariamente alla manifestazione opposta. Non si può riconoscere dunque che un valore molto limitato a tutti gli argomenti portati contro Langley, ma d'altra parte è giusto riconoscere, che Langley stesso non portava dal canto suo alcuna prova sperimentale, che l'assorbimento dell'atmosfera fosse, com'egli asseriva, del 40 %, e per quanto valore possa avere la convinzione personale di un tale osservatore, questa sola convinzione è per lo meno contrappesata da quella contraria di osservatori non meno abili, come Abney, Müller ed altri. Nel fatto poi, malgrado le numerose ricerche e teoriche e pratiche istituite dal 1880 fino ad oggi su questo argomento, solo oggi, col presente lavoro, viene stabilita la detta prova sperimentale in senso completamente favorevole alle vedute di Langley.

9. Si comprende bene, che, finchè la questione si manteneva in questi termini, non avrebbe fatto un passo verso la soluzione. Un elemento nuovo venne frattanto portato dallo stesso Langley nel campo delle esperienze. Egli pensò, che, se a noi è impossibile portarci fuori dell'atmosfera, in cui viviamo, per determinarne direttamente l'assorbimento, ci è però possibile determinare direttamente l'assorbimento di una porzione considerevole della massa atmosferica — perfino della metà — inalzandosi sufficientemente sul livello del mare. Se si dispongono infatti due attinometri, uno sulla cima di un'alta montagna e l'altro alle falde, la differenza dei dati relativi, ridotti in un'unica scala, esprimerà senz'altro l'assorbimento (nella direzione verticale) dello strato d'aria compreso fra le due stazioni. Langley eseguì tali misure al Mount Whitney in California (¹), e l'assorbimento di uno strato inferiore di circa duemila metri risultò effettivamente, se non proprio nella misura che egli aveva asserito, sempre però notevolmente maggiore ($\frac{3}{2}$ circa) di quello ottenuto col metodo di Bouguer-Pouillet.

Questa sola esperienza non dimostrava però ancora nulla, perchè il risultato ottenuto da Langley poteva farsi dipendere tanto dal fenomeno dell'assorbimento selettivo, quanto dalla circostanza molto plausibile di un maggior potere assorbente per gli strati inferiori dell'atmosfera, senza che ne risultasse una prova categorica contro la validità *in generale* della teoria di Bouguer-Pouillet.

10. Nel 1889 Müller eseguiva accurate osservazioni astrofotometriche per lo studio della estinzione sulla cima del Säntis in Svizzera (²). Risultò un accordo soddisfacentissimo fra le osservazioni e la teoria di estinzione di Laplace (fondata sulla legge esponenziale di Bouguer). Di più il coefficiente di trasmissione per tutta l'atmosfera risultò quasi perfettamente identico a quello già ottenuto da Müller stesso per Potsdam, contrariamente a quanto sarebbe da aspettare secondo le idee di Langley.

Questa deduzione contraria a Langley perde però molto del suo valore, se si considera, che le serie di osservazioni, fra le quali si istituisce il confronto sono state

(¹) Langley, *Researches on solar heat and its absorption by the earth's atmosphere. A report of the Mount Whitney expedition.* Professional papers of the signal service. U. S. nr. 15.

(²) Müller, *Photometrische und spectroskopische Beobachtungen, angestellt auf dem Gipfel des Säntis.* Publicationen des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. Bd. VIII, 1891.

ottenute in tempi e luoghi del tutto diversi. Per questo nel 1894 Müller e Kempf si proposero di fare una esperienza analoga in condizioni tali, che non potesse più lasciar luogo a dubbî, almeno per quanto era lecito sperare. Essi si proposero di determinare mediante misure astrofotometriche simultanee: 1° la curva di estinzione separatamente per Catania e per l'Etna (col metodo di Bouguer-Pouillet); 2° l'assorbimento dello strato Catania-Etna nella direzione verticale (col metodo di Langley). Se la teoria di Bouguer-Pouillet era valida, la differenza degli assorbimenti trovati separatamente, mediante detta teoria, per le due stazioni doveva risultare eguale all'assorbimento determinato direttamente per lo strato compreso fra le due stazioni.

I risultati (¹) non corrisposero alle speranze, anzi, caso singolare, riuscirono contradittorî in tutti i sensi, vale a dire, nè si adattarono alle vedute di Müller e Kempf nè confermarono le idee di Langley. Risultò infatti da una parte un assorbimento rilevantissimo (più dell'80 °/₀, se esteso a tutta l'atmosfera) per lo strato Catania-Etna, e questo sembrava confermare l'opinione di Langley. Ma risultò in pari tempo un coefficiente d'assorbimento straordinariamente più forte per Catania, che per l'Etna, mentre secondo la teoria dell'assorbimento selettivo sarebbe da attendere il contrario. Non occorre aggiungere poi, che l'assorbimento ottenuto direttamente non corrispondeva affatto alla differenza degli assorbimenti trovati mediante la teoria per Catania e per l'Etna.

11. Questo è lo stato attuale della questione, perchè dopo le esperienze di Müller e Kempf non sono apparsi altri lavori di rilievo su questo argomento. L'impressione, che deve trarre ognuno dall'esposto, è che qui siamo in presenza di un fenomeno molto complesso, al quale concorrono insieme tutti gli elementi proposti dai varî scienziati, *e l'assorbimento generale dell'atmosfera secondo una legge, che può essere benissimo in prima approssimazione quella di Bouguer-Pouillet, e il maggior potere assorbente degli strati inferiori, e l'assorbimento selettivo. Queste ultime due cause perturbatrici sono particolarmente difficili a indagare, perchè i loro effetti, coi procedimenti di ricerca usati finora, tendono ad elidersi, e nei singoli casi ora l'uno, ora l'altro elemento prevale.*

Ora ecco in che consiste il contributo, che io porto alla interessante questione, *e che definitivamente la risolve in senso favorevole alle idee di Forbes e di Langley.*

Se ben si considera, la difficoltà principale del problema è tutta quella di procurarsi la determinazione diretta — cioè indipendente da qualsiasi teoria — dell'assorbimento esercitato da strati atmosferici di differente spessore, perchè, se si potessero ottenere per molti strati siffatti i valori *effettivi* dell'assorbimento, e quindi del coefficiente di trasmissione, si potrebbe riconoscere, se si verifica o no quell'andamento caratteristico prodotto dall' assorbimento selettivo, conforme alla considerazione di Forbes e Langley (aumento del coefficiente di trasmissione coll'aumentare dello spessore dello strato). Ora una determinazione diretta dall'assorbimento esercitato da un

(¹) Müller und Kempf, *Untersuchungen über die Absorption des Sternenlichts in der Erdatmosphäre, angestellt auf dem Aetna und in Catania.* Publicationen des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. Bd. XI, 1898.

determinato spessore atmosferico si può avere (col modo tenuto da Langley e da Müller-Kempf) mediante osservazioni simultanee di stelle zenitali da due stazioni a differente altezza, ricavandosi lo spessore (in unità di *atmosfera*) molto semplicemente dalle pressioni barometriche nei due luoghi. Si potrebbe *teoricamente* estendere questo procedimento nel senso di moltiplicare il numero delle stazioni, ma ognuno intende subito, quali straordinarie difficoltà si opporrebbero alla messa in pratica di un simile progetto, che richiederebbe l'azione simultanea di almeno tre osservatori e tre strumenti per un non breve periodo di tempo. Orbene, quella estensione, che è praticamente impossibile ottenere nel senso dell'altezza, io ho trovato modo di ottenerla nel senso trasversale, ho trovato cioè il modo di calcolare l'importo effettivo dell'assorbimento subito da un raggio *comunque inclinato* fra due determinate altezze. In altri termini, quella determinazione diretta dell'assorbimento, che Langley e Müller-Kempf ricavavano soltanto dal confronto di osservazioni simultanee di stelle zenitali, sono riuscito ad ottenerla anche da coppie di osservazioni istituite ad un'altra distanza zenitale qualunque, purchè approssimativamente la stessa nelle due stazioni. Il modo per ottener questo è teoricamente semplicissimo; basta calcolare lo spessore d'aria attraversato da un raggio comunque inclinato fra le due altezze considerate, problema, che, dietro i noti principî della refrazione astronomica e della fisica dell'atmosfera, può risolversi per qualsiasi inclinazione dei raggi con rigore non minore di quello che per la direzione verticale.

Ora per singolare ventura, osservazioni nel senso indicato sono state eseguite appunto da Müller e Kempf per Catania e per l'Etna, giacchè questi due osservatori fecero colla condizione della simultaneità, oltrechè osservazioni di stelle zenitali, anche osservazioni di stelle estrazenitali, per determinare la curva d'estinzione separatamente per le due stazioni (secondo il metodo di Bouguer-Pouillet). Ho potuto applicare subito dunque a questo materiale d'osservazione le mie formole e tavole numeriche, e i risultati dimostrano all'evidenza la giustezza delle idee di Forbes e di Langley.

Il materiale in questione non è sufficiente per potervi fondare sopra deduzioni circa l'ammontare complessivo dell'assorbimento dell'atmosfera: non v'ha dubbio però, che, ripetendo tali osservazioni in più vasta scala, potranno ottenersi risultati molto istruttivi, circa il modo in cui procede questo assorbimento. Rimane così aperto un nuovo campo di interessanti ricerche, e vengono insieme forniti i necessarî mezzi di calcolo per tutti i casi possibili in pratica, poichè le tavole numeriche da me costruite per il calcolo degli spessori atmosferici prevedono il caso di inclinazioni dei raggi fino a un grado sopra l'orizzonte e di stazioni comunque situate fra il mare e 5000^m.

12. In quello che segue, darò dapprima la dimostrazione rigorosa, che le nuove determinazioni da me suggerite sono da considerare con le debite cautele come non meno dirette di quelle che si ottengono dalle osservazioni di sole stelle zenitali. Accenno poi lo sviluppo analitico, al quale potrebbe ridursi la determinazione dello spessore d'aria attraversato da raggi incidenti con una data distanza zenitale fra due altezze H_0 e H_1, sviluppo che farebbe dipendere la detta determinazione dalle tavole

numeriche da me già date per il calcolo della estinzione atmosferica generale [1]. Indico in seguito il procedimento, che venne da me effettivamente seguito per la costruzione delle estese tavole comunicate in appendice, le quali hanno per iscopo di fornire il valore degli spessori in discorso per qualunque distanza zenitale fino a $z = 89^\circ$ e per qualunque dislivello fra 0^m e 5000^m, limiti certo sufficienti per adesso per tutte le esperienze del genere, ma non certo superflui, quando si pensi per es. agli Osservatorî del Monte Bianco e del Monte Rosa. Nei due ultimi capitoli infine applico i miei procedimenti alle osservazioni già citate di Müller e Kempf — le sole finora raccolte del genere — mostrando come ne discendano i risultati accennati sopra.

Al sig. prof. A. Riccò, che mi fu largo dei necessarî mezzi per compiere lo studio delle osservazioni eseguite da Müller e Kempf negli Osservatorî da lui diretti, mi è grato esprimere qui pubblicamente la mia più viva riconoscenza.

I.

Determinazioni dirette dell'assorbimento atmosferico da osservazioni simultanee ad altezze molto diverse sul livello del mare.

1. Misure simultanee delle intensità luminose (o calorifiche) delle radiazioni degli astri da una stazione molto elevata e da una relativamente bassa per la determinazione diretta dell'assorbimento esercitato da un dato strato d'aria vennero ideate ed eseguite già molto prima di Müller-Kempf e di Langley [2]. A questi ultimi spetta però incontestato il merito di aver dato una grande precisione ed estensione a misure di tal genere.

Il principio di tali determinazioni è semplicissimo. Quando sia noto il rapporto di scala degli strumenti adoperati e, pel caso di osservazioni fotometriche, l'equazione personale dei due osservatori, elementi, che si suppongono già determinati in precedenza e che rimangono costanti per un lungo periodo di tempo, si ha il modo di ricavare dalle misure fatte in due stazioni diverse il rapporto delle intensità luminose osservate.

Supponiamo dapprima per semplicità che si tratti di osservazioni di stelle zenitali. Per la vicinanza, in che supponiamo trovarsi le due stazioni A e B, è lecito ammettere, che la composizione degli strati atmosferici sia la stessa per le due verticali al disopra della superficie (sferica) di livello corrispondente alla stazione superiore B. Identico sarà quindi l'assorbimento esercitato nei due casi dalla porzione superiore NN dell'atmosfera, perchè identiche e sovrapponibili sono le due porzioni di traiettoria BZ_1 e B_1Z (v. fig. 2). Quindi il rapporto, secondo cui risulta ridotta la luminosità apparente (i_0) dell'astro in A rispetto alla luminosità apparente (i_1) in B, dipende uni-

(1) *Zur Theorie der Extinktion des Lichtes in der Erdatmosphäre.* Mitteilungen der Grossh. Sternwarte zu Heidelberg (astrometrische Abteilung). N. 4, 1904.

(2) Così da Forbes al Faulhorn, da Bravais e Martins al Monte Bianco, ecc.... Prendo questa citazione dalla Memoria già mentovata di Müller e Kempf, pag. 7.

camente dall'assorbimento dovuto allo strato MM compreso fra le superficie di livello corrispondenti alle due stazioni. Questo assorbimento si ottiene dunque effettivamente all'infuori di qualunque teoria, e la sola quantità, che occorre calcolare in aggiunta per ottenere l'assorbimento *specifico* dello strato considerato, è la massa d'aria contenuta in una colonna verticale AB_1 di sezione 1.

Questa massa è facilmente calcolabile mediante i dati, che fornisce la fisica dell'atmosfera, sia con sviluppi analitici, sia con quadrature numeriche (v. Cap. seguente), sia infine, con sufficiente approssimazione, mediante una semplice combinazione delle pressioni barometriche osservate in A e in B, ammettendo le masse d'aria sovrastanti ai due luoghi senz'altro come proporzionali alle relative pressioni. Su questo

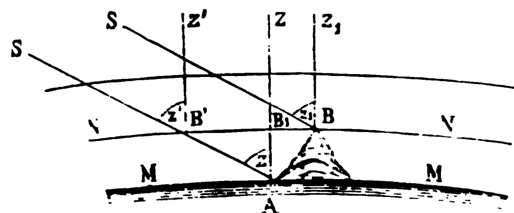


Fig. 2.

principio semplicissimo sono dunque fondate le determinazioni dell'assorbimento degli strati inferiori dell'atmosfera, come le eseguirono Langley al Mount Whitney e Müller-Kempf all'Etna.

2. Si consideri ora (v. fig. 2) un raggio dell'astro S incidente in A con una distanza zenitale z piuttosto grande, e sia B' il punto, dove la traiettoria AB'S (curva della refrazione) incontra la superficie di livello corrispondente a B. La distanza zenitale (z') del raggio considerato in B' sarà diversa da z per gli effetti concomitanti della refrazione astronomica e della sfericità delle superficie di livello, e non presenta alcuna difficoltà sostanziale la determinazione dell'angolo z' in funzione dell'angolo z e dell'altezza H di B sopra A: questo angolo z' si ottiene anzi senza alcuna integrazione da note relazioni fondamentali della refrazione astronomica. Supponiamo, che lo stesso astro S venga osservato in B precisamente alla distanza zenitale $z_1 = z'$. È chiaro, che, per le stesse ragioni dette sopra pel caso di raggi verticali, le traiettorie BS, B'S saranno perfettamente sovrapponibili e non solo di forma, ma anche nel senso, che coincideranno sulle due curve le funzioni dell'arco σ (qualunque sia la forma di queste funzioni), che rappresentano il potere assorbente dei successivi strati attraversati dai raggi in questione. Tutto questo è valido, beninteso, solo finchè si ammette, che le superficie limitanti strati di eguale assorbimento specifico possano riguardarsi come sferiche e concentriche, ipotesi questa ben familiare in tutte le teorie della refrazione astronomica. La identità dei due tratti di curva BS, B'S è altresì subordinata alla condizione, che le due stazioni non siano troppo lontane, nè in condizioni speciali, che importino probabili differenze nella costituzione dell'atmosfera pei due luoghi al di sopra della superficie di livello BB'. Così, ad esempio, non sarebbe certo molto

adatta per tali ricerche la scelta dell'Osservatorio Etneo come stazione superiore, se il cratere centrale fosse in una certa attività [1], e per una ragione analoga Müller e Kempf esclusero per le loro esperienze — malgrado presentasse incontestabili vantaggi di comodità — il Faulhorn (Svizzera), perchè la stazione inferiore sarebbe stata sotto la influenza del Brienzer See.

Esclusi casi consimili, si potrà ritenere, che sia lo stesso per le due stazioni A e B l'assorbimento dovuto alla porzione di traiettoria, che rimane al di sopra della superficie di livello BB'. Se si suppone dunque, che un medesimo astro venga osservato in A e B con tale condizione, circa i tempi d'osservazione, che risulti $z_1 = z'$, il rapporto, secondo cui risulterà ridotta l'intensità luminosa (i_0) in A rispetto a quella (i_1) osservata in B, dipenderà unicamente dall'assorbimento medio della massa d'aria attraversata lungo l'arco AB'. Tutto è ridotto dunque al calcolo di questa massa, che sarà una certa funzione $F(z, H)$ di z e di H. Ma ora gli stessi dati meteorologici, che permettono il calcolo della massa d'aria contenuta in una colonna verticale AB_1 di sezione 1, permettono, col sussidio dei noti principî della refrazione astronomica, il calcolo analogo per l'arco AB', e si potrà avere così la misura diretta del coefficiente di trasmissione medio per masse d'aria molto diverse, secondochè si varia la distanza zenitale z.

Del resto non è nemmeno indispensabile, che la condizione $z_1 = z'$ sia soddisfatta con tutto il rigore. Se si ha infatti $z_1 = z' + \zeta$ (ζ piccolo), sarà certo legittimo apportare alla luminosità osservata in B (i_1) una piccola correzione, per ridurla a quello, che sarebbe, salvo gli errori d'osservazione e perturbazioni atmosferiche accidentali, se l'osservazione fosse stata fatta alla distanza zenitale z'. Per determinare il valore di tale correzione, basta evidentemente un ragguaglio delle osservazioni fatte in B — ragguaglio, che può esser fatto, sia graficamente, sia col sussidio d'una teoria o formola empirica qualunque — dal quale risulti il coefficiente differenziale della luminosità i_1 rispetto a z per le varie distanze zenitali. In questo modo ho dovuto effettivamente procedere per la riduzione delle osservazioni di Müller e Kempf, le quali soddisfano molto prossimamente soltanto alla condizione della contemporaneità. mentre per l'eguaglianza degli angoli z_1 e z' si richiede una relazione meno semplice fra i tempi di osservazione.

3. Apparirà chiaro, dopo quanto precede, la superiorità di questo procedimento su quello ordinariamente seguito per la riduzione di osservazioni fotometriche fatte in uno stesso luogo (A) a diverse distanze zenitali (metodo di Bouguer-Pouillet). Anche con questo metodo infatti, a dir vero, a due diverse distanze zenitali z, z' corrispondono diverse masse d'aria attraversate, epperò sembrerebbe naturale ritenere, che il rapporto delle due luminosità osservate esprima l'assorbimento dovuto alla differenza delle due masse in discorso. Ma in questo caso (v. fig. 3), le due traiettorie AS, AS' sono essenzialmente diverse, ed è diversa del tutto sulle due curve la funzione dell'arco σ, che esprime il potere assorbente dei successivi strati incontrati. Nell'ignoranza

[1] Dalla riduzione delle misure di Müller e Kempf risulterà (pag. 57) che nell'epoca, in cui osservarono questi astronomi, il cratere dell'Etna non alterò menomamente la trasparenza dell'atmosfera per l'Osservatorio Etneo.

in cui siamo circa la forma di tale funzione, riesce dunque impossibile l'istituire un confronto qualsiasi fra gli assorbimenti corrispondenti a diverse masse attraversate, *senza introdurre qualche elemento ipotetico.* Col procedimento da me proposto invece si può bene asserire, che qualunque sia la forma della funzione in discorso, l'assorbimento lungo l'arco BS (fig. 2) sarà sempre con grandissima approssimazione eguale a quello lungo l'arco B'S (previa la condizione $z_1 = z'$) e si avrà quindi la determinazione diretta dell'assorbimento corrispondente ad un tratto parziale della curva descritta dai raggi luminosi. Ottenuto questo, è possibile (almeno teoricamente), riducendo infinitesimo questo tratto (vale a dire ravvicinando le due stazioni) e facendo poi variare il tratto lungo la curva (vale a dire variando il livello medio delle due

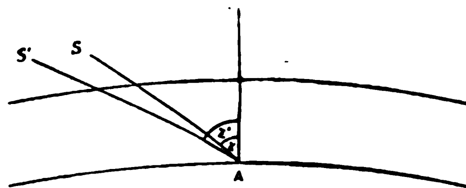


Fig. 3.

stazioni) investigare la forma della detta funzione, in ogni singola parte della curva, per lo meno fino alle altezze accessibili all'uomo.

Nella estensione da me ideata e resa possibile dalle tavole, che in appresso comunico, è dunque implicitamente contenuta la soluzione completa — entro i detti limiti — del problema dell'assorbimento atmosferico sulla luce degli astri.

II.

Calcolo analitico e numerico degli spessori atmosferici attraversati da raggi comunque inclinati fra due altezze quali si vogliano dal livello del mare a 5000ᵐ. Tavole ausiliarie.

1. La massa $M(z, H)$ dell'aria attraversata da un raggio incidente colla distanza zenitale z fra le superficie di livello $h = 0$ ed $h = H$, viene espressa dall'integrale

$$M(z, H) = \int_0^H \delta \, d\sigma,$$

dove s'intende che $d\sigma$ rappresenti l'elemento d'arco della curva della rifrazione e δ la densità dell'aria in un punto generico di detta curva.

La massa d'aria attraversata nello stesso strato da un raggio verticale sarà espressa analogamente da

$$M(0, H) = \int_0^H \delta \, dh.$$

Infine la massa da noi assunta come unità, vale a dire la massa contenuta in una colonna verticale di sezione 1 a partire dal livello del mare fino al limite H^* dell'atmosfera sarà

$$\mu^* = \int_0^{H^*} \delta \, dh \,. \tag{4}$$

Poichè questa massa (4) varia naturalmente colla latitudine e colla temperatura e pressione, così converremo di prendere come unità il valore, che si ottiene per la latitudine di 45°, a 0° e 760^{mm}.

Assunta questa unità, la massa d'aria, che viene attraversata dal raggio generico considerato in principio, sarà espressa da

$$F(z, H) = \frac{1}{\mu^*} \int_0^H \delta \, d\sigma \,.$$

Per ottenere maggior semplicità di sviluppi, conviene far comparire in luogo della densità assoluta δ il rapporto $\frac{\delta}{\delta_0}$, essendo δ_0 la densità corrispondente al limite inferiore della integrazione, cioè al mare. Beninteso, δ_0 non è da riguardare come un valore normale della densità, bensì come quello, che corrisponde alle condizioni effettive di temperatura e pressione nel luogo d'osservazione, che per ora supporremo al mare. Introducendo allora in luogo di $\frac{\delta}{\delta_0}$ la notazione x, che potremo chiamare densità relativa dell'aria, e facendo comparire infine, per ottenere una espressione più omogenea, anche la densità normale dell'aria a 45° e al mare (per $t = 0°$ e $B = 760^{mm}$), che indicheremo con δ^*, potremo scrivere

$$F(z, H) = \frac{\delta_0}{\delta^*} \frac{\delta^*}{\mu^*} \int_0^H x \, d\sigma \,. \tag{5}$$

La costante assoluta

$$\lambda^* = \frac{\mu^*}{\delta^*} \tag{6}$$

ha manifestamente le dimensioni di una lunghezza, e precisamente esprime l'altezza, che avrebbe un'atmosfera omogenea di massa uguale all'atmosfera (normale) effettiva, e che possedesse per tutto la densità normale al mare δ^*; potremo chiamarla quindi brevemente spessore di un'atmosfera ridotta omogenea. Quanto al quoziente $\frac{\delta_0}{\delta^*}$, alla latitudine di 45°, detti t_0 e B_0 i valori della temperatura e pressione, pei quali la densità dell'aria assume il valore δ_0, si avrebbe

$$\frac{\delta_0}{\delta^*} = \frac{1}{1 + m t_0} \frac{B}{760^{mm}} \,. \tag{7}$$

Per latitudini diverse bisognerà a stretto rigore adoperare il valore di B ridotto a 45°. Introducendo le (6) e (7) nella (5), si ottiene

$$F(z, H) = \frac{1}{\lambda^*} \frac{1}{1 + m t_0} \frac{B}{760^{mm}} \int_0^H x \, d\sigma . \tag{8}$$

La funzione $F(z, H)$ dipende da t_0 e B oltrechè esplicitamente, in quanto queste variabili figurano fuori del segno d'integrazione, anche implicitamente, in quanto le variabili stesse sono contenute in x e $d\sigma$. Risulterà però nel seguito, che la pressione comparisce solo in $d\sigma$ per un termine del 2° ordine, cosicchè l'influenza della pressione è sensibile in effetto, solo in quanto essa compare esplicitamente, e l'integrale $\int_0^H x \, d\sigma$ può intendersi dipendere unicamente dalla temperatura.

Ponendo allora

$$F_0(z, H) = \frac{1}{\lambda^*} \left[\int_0^H x \, d\sigma \right]_{\substack{t=0^\circ \\ B=760^{mm}}} \tag{9}$$

cioè indicando con $F_0(z, H)$ i valori della $F(z, H)$ corrispondenti a condizioni normali di temperatura e pressione, e indicando di più con

$$\Delta_t F(z, H) = \Big[F(z, H) \Big]_{\substack{t=t^\circ \\ B=760^{mm}}} - F_0(z, H) \tag{9'}$$

l'incremento, che subisce la funzione $F_0(z, H)$ per un dato cambiamento della temperatura (da 0° a t°), mentre la pressione si suppone rimaner normale, potremo scrivere

$$F(z, H) = [F_0(z, H) + \Delta_t F(z, H)] \frac{B}{760^{mm}} . \tag{10}$$

Il calcolo degli spessori atmosferici $F(z, H)$ corrispondenti alle condizioni più generali di temperatura e pressione richiede dunque:

1° Il calcolo degli spessori atmosferici $F_0(z, H)$ per condizioni normali di temperatura e pressione.

2° Il calcolo della rettificazione di temperatura $\Delta_t F(z, H)$.

3° La rettificazione relativa alla pressione secondo il fattore $\frac{B}{760^{mm}}$.

2. Cominciando dal primo calcolo, dovremo anzitutto secondo la (9) studiare, come varî coll'altezza la densità relativa x dell'aria. Questo studio, in virtù delle note equazioni della statica atmosferica (equazione di Mariotte — Gay-Lussac ed equazione d'equilibrio dell'atmosfera) equivale a quello analogo per la variazione della temperatura. Come nella teoria generale della estinzione da me proposta e più volte citata (*Zur Theorie der Extinktion...*) ammetterò anche qui, in conformità ai ri-

sultati più recenti delle ascensioni aereonautiche, un decrescimento uniforme della temperatura dell'aria coll'altezza di $\beta = 6°,2$ per Km. [1] nella forma

$$t - t_0 = -\beta a s \tag{A}$$

con

$$s = \frac{h}{a+h} = \frac{r-a}{r}\,, \tag{11}$$

dove a indica il raggio di curvatura della superficie di livello corrispondente alla stazione inferiore, r il raggio analogo per la superficie di livello corrispondente ad un punto generico situato all'altezza h ed s una variabile ausiliaria, il cui uso è frequentissimo nelle teorie della refrazione astronomica.

Fra i valori t, B, δ della temperatura, pressione e densità all'altezza generica h e gli analoghi t_0, B_0, δ_0 per la stazione inferiore sussiste anzitutto l'equazione esprimente la legge di Mariotte — Gay-Lussac

$$\frac{B}{B_0} = \frac{\delta}{\delta_0}\frac{1+mt}{1+mt_0}\,.$$

Un'altra relazione, differenziale questa, si ottiene, cercando come varia la pressione (ossia il peso di una colonna d'aria di sezione 1 estesa fino al limite dell'atmosfera) col variare l'altezza da h ad $h + dh$.

Tal peso è espresso anzitutto da $g\delta dh$, se g indica l'accelerazione di gravità all'altezza h, ovvero da $g_0\left(\frac{a}{r}\right)^2\delta dh$, se indichiamo con g_0 il valore dell'accelerazione di gravità nella stazione inferiore (al mare). Ma il peso medesimo è espresso anche da $-g_0\, dB\, \varrho$, se indichiamo con dB l'incremento della pressione barometrica, passando da h ad $h + dh$ (pressione ridotta a 45° e al mare) e con ϱ la densità normale del mercurio. Si ha così l'equazione (d'equilibrio dell'atmosfera)

$$\varrho\, dB = -\left(\frac{a}{r}\right)^2 \delta\, dh\,,$$

[1] Le ascensioni aereonautiche (*Wissenschaftliche Luftfahrten*. Berlin) e i palloni-scandaglio (*Ballon-sondes* di Teisserenc du Bort) condurrebbero veramente a 6°.0 o 6°.1 come gradiente termico medio fra 0^m e 9000^m e a 5°.8 soltanto fra 0^m e 5000^m. Per altro le dette indagini mostrano anzitutto una considerevole variabilità nel gradiente termico, fino a raggiungere da una parte il limite adiabatico (9°.9) in notti serene estive e dall'altra valori negativi — inversioni della temperatura — nei sereni invernali. Con tanta variabilità è questione piuttosto oziosa il cercare, che il gradiente termico assunto come valore normale coincida fino ai decimi di grado col valore medio assegnato dalla fisica dell'atmosfera, e molto più ragionevole sarà assumere come valore normale un valore, che presenti vantaggi speciali dal lato analitico. A tale condizione soddisfa appunto il valore da noi assunto $\beta = 6°.2$, perchè a questo gradiente corrisponde un valore razionale semplice $\left(\frac{9}{2}\right)$ per il parametro fondamentale (k) delle nostre formole. È inutile aggiungere, che nel seguito viene esaminata anche la influenza di una variazione del gradiente termico nel calcolo degli spessori atmosferici F(s, H).

dove s'intende che dB e dh siano espressi in una medesima unità lineare (il **km.**) e ϱ e δ in una medesima unità di densità.

Ora noi vogliamo assumere come unità di densità la densità δ_0 dell'aria nella stazione inferiore e come unità di pressione il valore normale della colonna barometrica al mare (76×10^{-5}).

Indicando con p la misura della pressione in questa nuova unità e con x, come sopra, la misura $\frac{\delta}{\delta_0}$ della densità relativa dell'aria, l'equazione precedente prenderà la forma

$$\frac{\varrho}{\delta_0} 76 \times 10^{-5}\, dp = -\left(\frac{a}{r}\right)^2 x\, dh .$$

La quantità ϱ del primo membro (densità normale del mercurio a 45° e al mare) è una costante assoluta, non così δ_0 che rappresenta la densità effettiva od attuale dell'aria nella stazione inferiore.

Detta δ^* la densità normale (cioè per $t = 0°$, $p = 1$) a 45° e al mare, è per il principio stesso di Mariotte — Gay-Lussac

$$\delta_0 = \delta^* \frac{p_0}{1 + m t_0} .$$

Sostituendo questa espressione in luogo di δ_0 e $dr = dh$ nella precedente equazione otteniamo dunque

$$\varrho \frac{76 \times 10^{-5}}{\delta^*} (1 + m t_0)\, d\frac{p}{p_0} = -\left(\frac{a}{r}\right)^2 x\, dr .$$

La quantità $\varrho \frac{76 \times 10^{-5}}{\delta^*}$, che compare nel primo membro, è oramai una costante assoluta ed ha manifestamente le dimensioni di una lunghezza. Indicandola con l_0, la equazione, che ne consegue,

$$g_0 l_0 \delta^* = g_0 \varrho\, 76 \times 10^{-5}$$

ci mostra subito il significato geometrico di questa costante.

Il primo membro esprime infatti il peso di una colonna d'aria *omogenea* di densità normale δ^* e di altezza l_0, e il secondo membro il peso a 45° di una colonna di mercurio dell'altezza di 760^{mm}. Quindi l_0 risulta essere l'altezza d'un'atmosfera omogenea alla densità normale a 45° e al mare, che eserciterebbe pressione eguale a quella dell'atmosfera effettiva in condizioni normali. Perciò questa costante si chiama comunemente *l'altezza dell'atmosfera ridotta omogenea.* A stretto rigore, risultando per l_0 l'altezza di 8 km. circa, il significato geometrico di l_0 non sarebbe esattamente quello indicato, se non a patto d'introdurre oltre un'atmosfera omogenea ideale anche un'accelerazione di gravità costante fino all'altezza di 8 km.; tuttavia la variazione dell'accelerazione di gravità coll'altezza è così piccola, che non ne

viene alterata sostanzialmente la relazione suddetta. Del resto è perfettamente ozioso il voler dare alla costante l_0 questa o quella interpretazione geometrica fondata su considerazioni meramente ipotetiche e noi abbiamo riportato questa interpretazione soltanto dal lato del valore storico del concetto di atmosfera ridotta omogenea.

Per ottenere il valore di questa costante fondamentale assumiamo con Roiti (Fisica, pag. 190 e 199).

δ^* (densità normale dell'aria a 45° e al mare) = 0.001292607 log δ^* 7.1114666
ϱ (» » del mercurio ») = 13.596 log ϱ 1.1334112

Ne consegue

$$\log l_0 = 0.9027582$$
$$l_0 = 7^{\text{km}}.9939 .$$

Per semplificare le nostre espressioni porremo

$$l = l_0 (1 + m t_0) .$$

Con ciò l'equazione d'equilibrio dell'atmosfera prende la forma

$$\frac{dp}{p_0} = -\frac{1}{l}\left(\frac{a}{r}\right)^2 x \, dr .$$

Questa può venire ulteriormente semplificata, facendovi comparire in luogo di r la variabile s mediante la (11). Si ottiene così infine (¹)

$$\text{(B)} \qquad \frac{dp}{p_0} = -\frac{a}{l} x \, ds .$$

Aggiungendo infine l'equazione di Mariotte — Gay-Lussac nella forma

$$\text{(C)} \qquad \frac{p}{p_0} = x \frac{1 + mt}{1 + mt_0}$$

abbiamo tre relazioni fra le variabili t, p, x e la s (altezza relativa), le quali permettono di ridurre la determinazione di x ad una sola equazione differenziale ordinaria subito integrabile.

Si ha anzitutto introducendo la (A) in (C) e sostituendo poi l'espressione di $\frac{p}{p_0}$ in (B)

$$\text{(12)} \qquad \frac{p}{p_0} = x(1 - \gamma s)$$

$$\text{(13)} \qquad (1 - \gamma s)\, dx = \left(\gamma - \frac{a}{l}\right) x ds ,$$

(¹) È opportuno notare, che questa equazione sussiste rigorosamente, soltanto se noi consideriamo, come tacitamente si è fatto, l'atmosfera in condizioni ideali di equilibrio, talchè ad eguale altezza, ossia sopra una medesima superficie sferica, regni eguale pressione. In realtà questo equilibrio non si ha quasi mai, perchè le depressioni barometriche registrate continuamente dalla meteorologia stanno a dimostrare il contrario. Tuttavia è stata studiata l'influenza di tali depressioni sulla refrazione astronomica e venne trovata minima, nè diversamente può accadere nel nostro problema.

aspirino a un certo rigore, poichè i valori risultanti per λ^* ed l_0 sono rispettivamente

$$\lambda^* = 8^{\text{km}}.0109 \quad , \quad l_0 = 7^{\text{km}}.9939 .$$

Il precedente valore di λ^*, fondamentale per il calcolo degli spessori atmosferici venne calcolato in due modi del tutto indipendenti e cioè una prima volta mediante la formola (16), una seconda volta per quadratura numerica. Il primo calcolo ha dato $\lambda^* = 8.010898$, il secondo $\lambda^* = 8.010896$. La differenza di 0.000002 rientra completamente nei limiti d'esattezza di un calcolo con logaritmi a 7 cifre.

A noi occorrerà nel seguito per utili controlli anche il valore della quantità λ per un luogo situato ad una altezza qualunque H_0 diversa da zero. In tal caso si ottiene naturalmente una espressione meno semplice e precisamente

$$(16_b) \quad \left\{ \begin{aligned} \lambda_{H_0} &= a \int_{S_0}^{S^*} (1-\gamma_0 s)^k (1 + 2s + 3s^2 + \cdots)\, ds \\ &= \frac{a(1-\gamma_0 S_0)^{k+1}}{\gamma_0(k+1)} + \frac{2a(1-\gamma_0 S_0)^{k+1}}{\gamma_0(k+1)} \left\{ S_0 + \frac{1-\gamma_0 S_0}{\gamma_0(k+2)} \right\} + \\ &\quad + \frac{3a(1-\gamma_0 S_0)^{k+1}}{\gamma_0(k+1)} \left\{ S_0^2 + \frac{2S_0(1-\gamma_0 S_0)}{\gamma_0(k+2)} + \frac{2(1-\gamma_0 S_0)^2}{\gamma_0^2(k+2)(k+3)} \right\} \\ &\quad + \cdots\cdots\cdots \end{aligned} \right.$$

La S_0 indica naturalmente il valore della variabile s per $h = H_0$. Il valore così calcolato λ_{H_0} esprime lo spessore dell'atmosfera sovrastante alla altezza H_0 supposta quest'atmosfera ridotta omogenea alla densità normale dell'aria, al mare.

4. Veniamo infine al calcolo dell'elemento d'arco $d\sigma$ della curva della refrazione, con che sarà completato lo studio della funzione fondamentale $F_0(z, H)$ (formola (9)). Per questo elemento si ha notoriamente dalla teoria della refrazione astronomica l'espressione

$$(17) \qquad d\sigma = \frac{dh}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\mu_0}{r\mu}\right)^2 \sin^2 z}} ,$$

indicando r come sopra il raggio di curvatura $a + h$ della superficie di livello generica, μ e μ_0 gli indici di refrazione dell'aria alla altezza h e per $h = 0$ e z la distanza zenitale apparente dei raggi osservati. Per gli indici di refrazione μ, μ_0 assumeremo, senza annettervi peraltro che un significato puramente empirico, la formola usuale presso quasi tutte le teorie della refrazione astronomica (formola di Laplace)

$$\frac{\mu^2}{\mu_0^2} = 1 - 2\alpha(1 - x) ,$$

dove α indica la ben nota costante della refrazione.

Con questo e dietro semplici trasformazioni, introducendo in luogo di r la variabile s mediante la (12), la nostra funzione $F_0(z, H)$ assume la forma

$$F_0(z, H) = C_z \int_0^H \frac{x\sqrt{1 - 2\alpha(1-x)}\, dh}{\sqrt{Z^2 - \varepsilon_z(1-x) + s - \frac{1}{2} s^2}} ,$$

avendo posto

$$C_z = \frac{1}{\lambda^* \sqrt{2 \sin z}} \quad , \quad Z^2 = \tfrac{1}{2} \cot g^2 z \quad , \quad \varepsilon_z = \frac{\alpha}{\sin^2 z} .$$

Ho mostrato nel lavoro più volte citato (*Zur Theorie der Extinktion* ecc., Kap. III), come si possa senza errore sensibile trascurare il termine quadratico in s nel denominatore e il radicale, che figura nel numeratore, anche nel caso là considerato di percorsi estesi a tutta l'atmosfera. A maggior ragione sarà questo lecito qui, dove consideriamo percorsi limitati ad uno strato parziale dell'atmosfera (è quasi superfluo avvertire che $\frac{dF_0}{dh}$ è sempre positivo entro i limiti considerati per h). Avremo quindi definitivamente

$$F_0(z, H) = C_z \int_0^H \frac{x\,dh}{\sqrt{Z^2 - \varepsilon_z(1-x)} + s} ,$$

e ci proponiamo la questione di ottenere i valori di questa funzione di due variabili z ed H nel modo più pratico per la costruzione di tavole a doppia entrata. Accennerò in primo luogo uno sviluppo analitico analogo a quello da me seguito nella teoria generale più volte citata.

5. Si ha anzitutto

$$dh = \frac{a\,ds}{(1-s)^2} = a(1 + 2s + \cdots)\,ds ,$$

e possiamo qui limitarci a considerare la parte di prim'ordine di $F_0(z, H)$, cioè quella, che risulta, ponendo $dh = a\,ds$; ottenendosi la parte di second'ordine (con $dh = 2a\,s\,ds$) mediante sviluppi e calcoli del tutto analoghi. Indichiamo questa parte di prim'ordine con $\Phi_0(z, H)$. Introducendo la nuova variabile $y = 1 - \gamma s$, troviamo

$$\Phi_0(z, H) = \frac{a C_z}{\sqrt{\gamma_0}} \int_v^1 \frac{y^k\,dy}{\sqrt{\Gamma_0^2 - (y + \Delta y)}} ,$$

avendo posto

$$\Delta y = \gamma_0 \varepsilon_z (1 - x) \quad , \quad \Gamma_0^2 = 1 + Z^2 \gamma_0 ,$$

e indicando con v il valore della variabile y, che corrisponde alla altezza H. Svolgendo infine il radicale in serie di Taylor per le potenze di Δy, si avrà

$$\Phi_0(z, H) = \frac{a C_z}{\sqrt{\gamma_0}} \left\{ \int_v^1 \frac{y^k\,dy}{(\Gamma_0^2 - y)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2} \varepsilon_z \gamma_0 \int_v^1 \frac{y^k (1 - y^k)\,dy}{(\Gamma^2 - y)^{\frac{3}{2}}} \right.$$
$$\left. + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \varepsilon_z^2 \gamma^2 \int_v^1 \frac{y^k (1 - y^k)^2\,dy}{(\Gamma^2 - y)^{\frac{5}{2}}} + \cdots \right\} .$$

Se si osserva, che l'integrazione da 0 ad 1 darebbe la funzione $\Phi(z)$ corrispondente

al percorso dei raggi attraverso tutta l'atmosfera, per la quale funzione ho già dato sviluppi e tavole nel lavoro citato, potremo scrivere

$$\Phi_0(z\,,\mathrm{H}) = \Phi(z) - \frac{a\,\mathrm{C}_z}{\sqrt{\gamma_0}} \left\{ \int_0^v \frac{y^k\,dy}{(\Gamma_0^2 - y)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2}\,\varepsilon_z\gamma_0 \int_0^v \frac{y^k(1-y^k)\,dy}{(\Gamma_0^2 - y)^{\frac{1}{2}}} + \cdots \right\}$$

Ponendo infine

$$y = t\,\Gamma_0^2 \quad \text{e} \quad v = \mathrm{T}\,\Gamma_0^2\,,$$

si trova

$$\int_0^v \frac{y^k\,dy}{(\Gamma_0^2 - y)^{\frac{1}{2}}} = \Gamma^{2k+\frac{1}{2}} \int_0^{\mathrm{T}} \frac{t^k\,dt}{(1-t)^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{v}{\mathrm{T}}\right)^{k+\frac{1}{2}} \int_0^{\mathrm{T}} \frac{t^k\,dt}{(1-t)^{\frac{1}{2}}}$$

e analogamente

$$\int_0^v \frac{y^k(1-y^k)\,dy}{(\Gamma_0^2 - y)^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{v}{\mathrm{T}}\right)^{k-\frac{1}{2}} \int_0^{\mathrm{T}} \frac{t^k\,dt}{(1-t)^{\frac{3}{2}}} - \left(\frac{v}{\mathrm{T}}\right)^{2k} \int_0^{\mathrm{T}} \frac{t^{2k}\,dt}{(1-t)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{ecc.}$$

Ora io ho già dato tavole per il calcolo degli integrali definiti, che qui compaiono, pel valore $\frac{9}{2}$ del parametro k (¹). Risulta dunque, che la risoluzione numerica del problema, che ci siamo proposti, di determinare cioè lo spessore atmosferico attraversato da un raggio luminoso comunque inclinato fra due determinate altezze sul livello del mare, è riducibile alle stesse tavole numeriche e a sviluppi del tutto analoghi a quelli da me ottenuti per la teoria generale dell'assorbimento atmosferico (traiettorie estese a tutta l'atmosfera).

Questa risoluzione analitica del problema non potrebbe certo facilmente venir sostituita da una più rapida, finchè si tratti di altezze H di due o tremila metri, perchè a tali altezze corrisponde già una parte considerevole della intera massa atmosferica. Potrebbero invece ottenersi naturalmente formole approssimate più semplici pel caso di uno strato atmosferico più piccolo, ma non presenta qui alcun interesse la ricerca di tali formole, e basterà accennare, che una di queste viene fornita dalla teoria di Bouguer (rettificata) nel modo, che indicai in altra occasione (²).

6. Lo sviluppo analitico accennato sopra sarebbe certo il più conveniente per il calcolo della $\mathrm{F}_0(z\,,\mathrm{H})$, se si trattasse di eseguire questo calcolo per un solo o per pochi valori di H. Avremmo potuto effettivamente limitare le nostre tavole numeriche al caso Etna-Catania, lasciando ad altri la cura di costruirsi tavole analoghe per altre stazioni, quando si presenterà il caso di ripetere le determinazioni di Langley e di Müller-Kempf. Vario ragioni ci hanno spinto però ad un disegno più vasto e, necessariamente, di più ponderosa attuazione.

Pensammo, che, quando avessimo ottenuti i valori degli spessori atmosferici $\mathrm{F}(z\,,\mathrm{H})$ per lo strato Catania-Etna, difficilmente questi valori sarebbero stati utiliz-

(¹) V. *Zur Theorie der Extinktion* ..... Anhang I und II.

(²) A. Bemporad, *Sulla teoria d'estinzione di Bouguer*, Memorie della Società degli Spettroscopisti Italiani, vol. XXX e *Sulla teoria della estinzione atmosferica*, ibidem, XXXII, pag. 108.

zabili per future determinazioni di questo genere, perchè, dietro la esperienza di Müller e Kempf, potrà bensì scegliersi l'osservatorio Etneo come stazione superiore, ma poco probabilmente l'osservatorio di Catania come stazione inferiore. Pensammo ancora, che l'obbligare i futuri osservatori alla non lieve fatica preliminare di costruirsi le tavole adatte alle stazioni, che si troverà conveniente di scegliere, sarebbe stato quasi altrettanto, come assicurare l'abbandono del metodo da noi proposto; e riflettemmo infine, che con fatica non soverchia potevano costruirsi tavole a doppia entrata per il calcolo degli spessori atmosferici $F(z, H)$, sufficientemente estese per abbracciare tutti i casi possibili circa la posizione delle due stazioni e la inclinazione dei raggi, ottenendo così un materiale non solo applicabile per future esperienze, ma adatto altresì alle più svariate ricerche teoriche nel campo dell'assorbimento atmosferico.

Per un siffatto calcolo però la quadratura numerica si presentava — per tante ragioni, che qui non è il caso di ricordare — incomparabilmente più vantaggiosa di quella analitica, e in questo modo effettivamente vennero costruite le tavole, che qui comunico. Le formole adoperate per dette quadrature numeriche sono le ben note

$$(18)\qquad \int_{-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} f(x)\,dx = w\left\{{}^{\mathrm{I}}f\left(a+i+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{24}f^{\mathrm{I}}\left(a+i+\frac{1}{2}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{17}{5760}f^{\mathrm{III}}\left(a+i+\frac{1}{2}\right)+\cdots\right\}$$

$$(18a)\qquad {}^{\mathrm{I}}f\left(a-\frac{1}{2}\right)=w\left\{-\frac{1}{24}f^{\mathrm{I}}\left(a-\frac{1}{2}\right)+\frac{17}{5760}f^{\mathrm{III}}\left(a-\frac{1}{2}\right)-\cdots\right\}.$$

L'intervallo d'integrazione w venne preso di 500^{m} per le distanze zenitali fino a $z=88^{\circ}$ e di 200^{m} da 88° a 89°. S'intende, che, per alleviare in qualche modo l'ingente mole dei calcoli, venne fatto ampio uso d'interpolazioni, non tanto oltre però da infirmare la esattezza dei risultati più che per due unità dell'ultima decimale, al massimo. Si è procurato di prendere l'intervallo per la variabile z così piccolo, che le differenze seconde dei valori intavolati riuscissero trascurabili. Si rinunziò ad ottenere, che fosse verificata la condizione analoga per le differenze nel senso di H per non aumentare oltre misura l'estensione delle tavole. Del resto la interpolazione rispetto ad H — salvo il caso di ricerche speciali — viene fatta una volta per tutte per ogni coppia di stazioni, che si considera, e non era quindi necessario l'estender tanto la tavola nel senso di questa variabile.

Comunico qui per esteso i valori assunti per le costanti nel calcolo di questa tavola (I). Questi valori valgono per 45° e al mare.

$a = 6377^{\mathrm{km}}.36$	$t_0 = 0^{\circ}$	$m = 0.003663$
$l_0 = 7^{\mathrm{km}}.9939$	$\delta^{*} = 0^{\mathrm{gr}}.00129261$	$\alpha_0 = 60''.153$
$g_0 = 9^{\mathrm{m}}.8052$	$\log\gamma_0 = 2.161520$	$\log\lambda_0 = 0.903681$.

Il valore della costante della refrazione α_0 è ricavato, sull'autorità di Bauschinger (¹),

(¹) Bauschinger J., *Untersuchungen über die astronomische Refraktion*. Neue Annalen der Kgl. Sternwarte in München. Bd. III, 1898, pag. 222.

da sette determinazioni molto precise, con esclusione dei valori, fin qui generalmente ammessi, di Bessel. Questo valor medio assunto per α, concorda nel modo migliore colle recentissime ed esattissime osservazioni di Courvoisier (¹). Per la δ^* venne ammesso il valore di Régnault, per m il valore proposto da Radau.

Per quanto riguarda la precisione dei dati della tavola I, trattandosi di una tavola fondamentale per tutta la teoria, ritenemmo utile dare i valori degli spessori atmosferici in tre cifre decimali, cioè fino ai millesimi di un'atmosfera ($0^{mm}.76$ di colonna barometrica), sebbene, per l'attuale precisione delle misure fotometriche, sarebbero state sufficienti due sole cifre decimali. Per assicurare poi il più possibile l'esattezza della terza cifra decimale, i valori della funzione integranda vennero presi sempre con 5 cifre decimali, talchè si può ritenere, che la successiva quadratura numerica — fondata su quattordici valori della funzione integranda fino a $z = 88°$, su ventinove da $z = 88°$ a $z = 89°$ — dia la quarta decimale esatta, e che le successive interpolazioni (in generale interpolazioni nel mezzo) non possano anche nei casi più sfavorevoli alterare la terza cifra decimale.

La tavola così ottenuta fornisce direttamente cogli argomenti z ed H i valori delle masse d'aria attraversate dai raggi incidenti colla distanza zenitale z *al mare*, fra le altezze zero ed H. Mostreremo ora, come col sussidio di altra tavola (tavola II) la tavola stessa (I) possa anche fornire le masse analoghe pei raggi incidenti con nota distanza zenitale in una stazione ad un livello qualunque fra 0^m e 5000^m.

7. La tavola II ha per scopo precipuo di determinare quale distanza zenitale z' abbia all'altezza H qualunque, fra 0^m e 5000^m, un raggio incidente con nota distanza zenitale al mare o ad un'altra qualunque superficie di livello fra 0^m e 5000^{mm}.

Dalla relazione (17), considerando che $d\sigma$ rappresenta l'elemento d'arco della traiettoria luminosa e dh il tratto elementare corrispondente sulla verticale, si ricava

$$\cos z' = \frac{dh}{d\sigma} = \sqrt{1 - \left(\frac{a\mu_0}{r\mu}\right)^2 \sin^2 z}.$$

Da questa relazione, con semplici trasformazioni e introducendovi in luogo di $r = a + h$ la variabile $s = \frac{h}{r}$ secondo la (11), si ottiene

$$\tang z' = \frac{1 - s}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{Z^2 - \varepsilon_z(1 - x) + s}}, \tag{19}$$

avendo Z^2 ed ε_z il significato stabilito da formole precedenti. Questa era per noi la forma più comoda per il calcolo di z' in funzione di z e di H, perchè la quantità $\sqrt{Z^2 - \varepsilon_z(1 - x) + s}$ era già stata calcolata per una estesa serie di valori di z e di H per la quadratura numerica relativa alla costruzione della tavola I.

La tavola II (a doppia entrata, come la I, cogli argomenti z ed H) fornisce la correzione $\Delta z = z' - z$ da apportare alla distanza zenitale apparente z di un raggio al mare, per ottenere la distanza zenitale z' dello stesso raggio all'altezza H

(¹) L. Courvoisier, *Untersuchungen über die astronomische Refraktion*. Veröffentlichungen der Grossh. Sternwarte zu Heidelberg (astrometrisches Institut). Bd. III, pag. 212.

qualunque fra 0^m e 5000^{mm}. Viceversa, se in una stazione B di nota altezza H_0 venne osservata una stella colla distanza zenitale apparente z', la tavola stessa fornisce la distanza zenitale apparente z, che i raggi osservati avrebbero al mare e così quella, che avrebbero ad un'altra altezza qualunque.

Se si vuole allora la massa d'aria attraversata da un raggio comunque inclinato fra le altezze H_0 e H_1, si ricaverà anzitutto colla tavola II dalla distanza zenitale nota z' per l'altezza H_0 il corrispondente valore z al mare. Con questo valore dalla tavola I si ricaveranno $F(z, H_0)$ e $F(z, H_1)$, e la differenza di questi valori darà manifestamente la massa d'aria cercata, risolvendosi così il problema più generale accennato in fine al § precedente.

I valori di Δz sono dati dalla tavola II fino ai decimi di minuto primo, limite di precisione certo più che sufficiente per lo studio dell'assorbimento atmosferico. Con lieve fatica avremmo potuto dare però i valori di Δz esatti fino ai decimi di di secondo d'arco, come si suole nelle ordinarie teorie della refrazione, e allora la tavola II avrebbe potuto costituire un contributo forse non disprezzabile alla teoria della refrazione astronomica. Ci astenemmo tuttavia dal dare tale estensione alla tavola in discorso, e per non aumentare la mole già rilevante delle tavole numeriche, e perchè la influenza della refrazione non costituisce veramente che un elemento secondario per lo studio dell'assorbimento atmosferico.

8. Fra le tavole I, II e la teoria generale da me data per l'estinzione nel lavoro più volte citato (*Zur Theorie der Extinktion* ecc.) possono stabilirsi utili raffronti. Così nel detto lavoro (Cap. V) è accennato il procedimento per ottenere dalle tavole medie ivi date per il calcolo degli spessori atmosferici (tavole valide per un luogo al mare) le tavole relative ad una stazione situata a rilevante altezza. Questo problema può ora risolversi in modo del tutto indipendente, combinando la tavola d'estinzione media (al mare) colle nostre tavole I e II. È interessante vedere fino a qual punto combinano i risultati ottenuti per vie così diverse.

A pag. 46 del citato lavoro si trovano come valori della funzione $F(z)$ (massa d'aria attraversata dai raggi incidenti colla distanza zenitale z, essendo valutata come 1 la massa d'aria attraversata da raggi verticali)

per $z = 87°$ e per un luogo a 35° di latit. e a 3000^m di altezza

$$F(z) = 15,450$$

per $z = 87°$ e per un luogo a 55° di latit. e a 3000^m di altezza

$$F(z) = 15,443$$

Per un luogo situato alla latitudine di 45° (che è quella, per cui son calcolate le nostre tavole) e sempre a 3000^m di altezza potrà ammettersi dunque il valor medio fra i due precedenti

$$F(87°) = 15,447 .$$

Questo valore non è direttamente paragonabile con quelli delle nostre tavole, per le quali l'unità di massa assunta è la massa di una colonna d'aria verticale estesa dal mare fino al limite dell'atmosfera, mentre l'unità di massa per $F(87°)$, come si è detto, è la massa di una colonna d'aria verticale estesa da 3000^m di altezza fino

al limite dell'atmosfera. Ora secondo la nostra tavola VI, col. 9ª, le misure relative delle masse unitarie in discorso sono

$$\lambda_0 = 8{,}010898 \qquad \lambda_{3000} = 5{,}436227\,.$$

Concludiamo, che la massa d'aria attraversata da raggi incidenti colla distanza zenitale di 87° a 3000ᵐ di altezza, secondo gli sviluppi analitici svolti nel lavoro citato e secondo i dati numerici ricavati dalla nostra tavola VI, è data da

$$M(87^\circ) = 15{,}447 \times \frac{5\,,\,436227}{8\,,\,010898} = 10{,}482\,.$$

Ora lo stesso valore può ottenersi anche in quest'altro modo essenzialmente diverso col sussidio delle tavole I e II del presente lavoro. Dalla tav. II può ricavarsi quale distanza zenitale z_1 posseggano al mare i raggi incidenti colla distanza zenitale $z = 87^\circ$ all'altezza di 3000^m. Dalla tavola dei valori di $F(z)$ data nel lavoro citato può ricavarsi (coll'argomento z_1) la massa d'aria $F(z_1)$ attraversata dai raggi considerati nell'intero percorso dal mare al limite dell'atmosfera. Infine dalla tav. I del presente lavoro può ricavarsi (sempre coll'argomento z_1) la massa d'aria $F(z_1, 3000)$ attraversata dai raggi medesimi dal mare fino a 3000^m. La differenza $F(z_1) - F(z_1, 3000)$ esprimerà manifestamente la massa d'aria attraversata dai raggi da 3000^m fino al limite dell'atmosfera, dovrà quindi coincidere col valore testè ottenuto

$$M(87^\circ) = 10{,}482\,.$$

Riproduco qui succintamente le accennate operazioni: il segno $\sim$ è da leggere *corrisponde a.*

Secondo la tav. II

z_{mare}		Δz_{3000}		z_{3000}
87°,4	$\sim$	— 27′,22	$\sim$	86°56′,78
87 ,5	$\sim$	— 28 ,14	$\sim$	87 1 ,86
87 ,6	$\sim$	— 29 ,13	$\sim$	87 6 ,87

Di qui mediante una semplice proporzione si ricava

$$z_{mare} = 87^\circ{,}4634 \sim z_{3000} = 87^\circ$$

Quindi $z_1 = 87^\circ{,}4634 = 87^\circ\,27'{,}80$ è la distanza zenitale, che posseggono al mare i raggi incidenti colla distanza zenitale 87° a 3000^m di altezza.

Dalla tavola XXIII del citato lavoro (*Zur Theorie der Extinktion...*) si ricava allora

$$F(z_1) = F(87^\circ\,27'{,}80) = 17{,}173\,,$$

mentre dalla tav. I del presente lavoro si ha

$$F(z_1.3000) = F(87^\circ\,27'{,}80\,;\,3000) = 6{,}689\,.$$

Indi

$$F(z_1) - F(z_1.3000) = 10{,}484\,.$$

L'accordo di questi due valori M(87°) e $F(z_1) - F(z_1, 3000)$ ottenuti in modi del tutto indipendenti e col sussidio di quattro tavole numeriche diverse è in ogni caso assai soddisfacente. E anche la lieve differenza di 0,002 non è da attribuire menomamente, come taluno potrebbe ritenere, all'accumularsi degli errori di approssimazione delle varie tavole, bensì al fatto che la curva della refrazione corrispondente a $z = 87^0$ *calcolata cogli elementi relativi ad un luogo a 3000^m di altezza* non è perfettamente sovrapponibile (per quanto la teoria adoperata sia precisa, o come suol dirsi *pieghevole*) colla parte superiore della curva della refrazione corrispondente ad un'altra conveniente distanza zenitale z_1, *calcolata cogli elementi di un luogo al mare.* E appunto il valore sopra indicato con M (87°) si fonda sulla curva della refrazione calcolata cogli elementi relativi ad un luogo a 3000^m di altezza, mentre i valori $F(z_1)$ e $F(z_1, 3000)$ si fondano sopra una curva della refrazione calcolata cogli elementi relativi ad un luogo al mare.

Un altro controllo, più semplice, ma meno comprensivo del precedente, perchè non abbraccia che due tavole, può aversi come segue. Nel citato lavoro (*Zur Theorie der Extinktion...*) si ottiene colla stessa teoria qui ammessa per la costituzione dell'atmosfera, ma con un procedimento analitico in luogo del procedimento numerico qui seguito, la massa d'aria attraversata dai raggi dal mare fino al limite dell'atmosfera. Qui abbiamo calcolato invece le masse d'aria attraversate dai raggi, dal mare fino a 5000^m di altezza. È chiaro che, calcolando indipendentemente (sia con procedimento numerico, sia con procedimento analitico) la massa d'aria attraversata dai raggi da 5000^m fino al limite dell'atmosfera, questo valore dovrà risultare uguale alla differenza dei due precedenti. Noi abbiamo eseguito questo calcolo per la distanza zenitale $z = 87^0$, e crediamo utile riprodurne qui i punti principali, anche per dare un esempio numerico dei calcoli, su cui si fonda tutto il presente lavoro.

Posto

$$f = \frac{w\,(1-\gamma^s)^k}{\sqrt{\frac{1}{2}\,\mathrm{cotg}^2 z - \alpha\,\mathrm{cosec}^2 z\,[1-(1-\gamma\, s)^k] + s}}$$

dove α, γ e k hanno i valori superiormente indicati, ed s (altezza relativa) si esprime per l'altezza h secondo la (11), noi abbiamo calcolato i valori di questa espressione di 500 in 500 metri a partire da $h = -750^m$, dando a w (intervallo d'integrazione) il valore 0,5 (mezzo chilometro). I valori ottenuti per questa espressione per $z = 87^0$ sono riportati nella colonna f del sottostante quadro d'integrazione. Le altre colonne contengono: 1° le serie sommate ${}^{I}f$, il primo termine delle quali venne calcolato secondo la formola (18a); 2° le prime differenze f^{I} delle f (le sole, che occorra qui considerare); 3° il secondo termine $\Delta\,{}^{I}f = \frac{1}{24} f^{I}(a + i + \frac{1}{2})$ della formola d'integrazione (18); 4° i valori di $\int_0^{iw} f dh$ ottenuti sommando le ${}^{I}f$ colle $\Delta\,{}^{I}f$. Questi ultimi valori di $\int_0^{iw} f dh$ arrotondati alla terza decimale sono quelli, che figurano nella tavola I in corrispondenza a $z = 87^0$ e H = 500^m, 1000^m,... I valori per

H = 250^m, 750^m, . . . vennero ottenuti naturalmente mediante interpolazione nel mezzo dai valori precedenti.

h	$'f$	f	f'	$\Delta'f$	$\int_0^{iw} f dh$
		1,33364			
			— 9589		
		1,23775			
0^m	0,00369		— 8859	— 369	
		1,14916			
500	1,15285		— 8201	— 342	1,14913
		1,06712			
1000	2,21997		— 7595	— 316	2,21681
		0,99117			
1500	3,21114		— 7047	— 294	3,20820
		0,92070			
2000	4,13184		— 6541	— 272	4,12912
		0,85529			
2500	4,98713		— 6078	— 253	4,98460
		0,79451			
3000	5.78164		— 5650	— 235	5.77920
		0,73801			
3500	6,51965		— 5255	— 219	6.51746
		0,68546			
4000	7.20511		— 4891	— 204	7.20307
		0,63655			
4500	7,84166		— 4563	— 190	7,83976
		0,59092			
5000	8,43258		— 4234	— 176	8,43082
		0,54858			

Per eseguire ora il controllo superiormente accennato ho calcolato mediante integrazione numerica l'importo di $\int f dh$ da 5000^m fino al limite dell'atmosfera con w = 500^m fino a 7^{km} di altezza, con w = 1000^m da 7^{km} fino a 31^{km} e con w = 2000^m al disopra dei 31^{km}. Ecco il relativo quadro d'integrazione, in cui sopprimo per brevità le colonne delle $\Delta'f$ e degli $\int_0^{iw} f dh$: le f, f' sono scritte in unità della 5^a decimale.

h	$'f$	f	f'
		59092	
km 5,0	0,00176		— 4234
		54858	
5,5	0,55034		— 3952
		50906	
6,0	1,05940		— 3683
		47223	
6,5	1,53163		— 3432
		43791	
7,0	1,96954		— 3196
		40595	

$$\int_5^7 fdh = 1,96821$$

h	$'f$	f	f'
		105695	
			— 14741
		90954	
km 7	1,97355		— 12809
		78145	
8	2,75500		— 11130
		67015	
9	3,42515		— 9671
		57344	
10	3,99859		— 8397
		48947	
11	4,48806		— 7287
		41660	
12	4,90466		— 6313
		35347	
13	5,25813		— 5462
		29885	
14	5,55698		— 4714
		25171	
15	5,80869		— 4061
		21110	
16	6,01979		— 3487
		17623	
17	6,19602		— 2987
		14636	
18	6,34238		— 2548
		12088	
19	6,46326		— 2167
		9921	

h	$'f$	f	f'
		9921	
km 20	6,56247		— 1831
		8090	
21	6,64337		— 1542
		6548	
22	6,70885		— 1292
		5256	
23	6,76141		— 1074
		4182	
24	6,80323		— 888
		3294	
25	6,83617		— 728
		2566	
26	6,86183		— 591
		1975	
27	6,88158		— 476
		1499	
28	6,89657		— 379
		1120	
29	6,90777		— 298
		822	
30	6,91599		— 231
		591	
31	6,92190		— 176
		415	

$$\int_5^{31} fdh = 6,92183$$

h	$'f$	f	f'
		2596	
			— 1199
		1397	
km 31	6,92213		— 708
		689	
33	6,92902		— 388
		301	
35	6,93203		— 190
		111	
37	6,93314		— 81
		30	
39	6,93344		— 25
		5	
41	6,93349		

Otteniamo dunque, detta H l'altezza corrispondente al limite dell'atmosfera,

$$\int_5^H fdh = 6,93349 \,.$$

Aggiungendo questo valore a quello risultante dal primo quadro d'integrazione

$$\int_0^5 f dh = 8,43082$$

si ottiene

$$\int_0^{\mathrm{H}} f dh = 15,36431 \,.$$

Questo numero, ottenuto come si è visto mediante due integrazioni numeriche distinte, una delle quali ha fornito i valori della nostra tavola I per $z = 87^\circ$, esprime la massa d'aria attraversata dai raggi incidenti con $z = 87^\circ$ al mare, lungo tutto il loro percorso dal mare fino al limite dell'atmosfera.

Ma la stessa massa è espressa anche dalla funzione $F(z)$ da me calcolata con procedimento analitico nel lavoro più volte citato. Ora questo procedimento fondato sopra uno sviluppo in serie convergentissimo fornisce (cfr. *Zur Theorie der Extinktion...* p. 42 in fine) i seguenti termini dei diversi ordini per il calcolo di $F(87^\circ)$.

	$(F)_0$	15,0022
	$(F)_1$	3470
	$(F)_2$	144
	$(F)_3$	7
indi	$F(87^\circ)$	15,3643

in coincidenza perfetta col valore superiormente ottenuto.

Un ultimo controllo della esattezza dei calcoli si ebbe col mezzo della formola (16_b) per λ_{H}. Lo sviluppo (16_b) esprime, pel modo com'è stato ottenuto, lo spessore dell'atmosfera sovrastante all'altezza H_0, ridotta omogenea alla densità normale dell'aria al mare. Ma lo spessore in discorso è espresso manifestamente anche da $\lambda_0[1 - F_0(0\,,\mathrm{H}_0)]$, poichè λ_0 esprime lo spessore della intera atmosfera (ridotta omogenea ecc.) e $\lambda_0 F_0(0\,.\,\mathrm{H}_0)$ lo spessore analogo per lo strato da 0 ad H_0; la differenza dà dunque bene lo spessore degli strati sovrastanti all'altezza H_0. Ora il calcolo per quadratura numerica, mediante il quale è stata ottenuta la tavola I, fornisce, ad esempio, per $\mathrm{H}_0 = 3000^{\mathrm{m}}$: $F_0(0\,.\,\mathrm{H}_0) = 0.321548$, onde risulta

$$\lambda_{\mathrm{H}_0} = \lambda_0[1 - F_0(0\,.\,\mathrm{H}_0)] = [0.735200]\,,$$

mentre il calcolo analitico secondo la formola (16_b) fornisce

$$\lambda_{\mathrm{H}_0} = [0.735201]$$

cioè quasi esattamente lo stesso.

9. Passando al calcolo del termine correttivo $\Delta_t F(z\,,\mathrm{H})$ dipendente dalla temperatura, basterà osservare, che secondo le (8), (9), (9') si ha

$$\Delta_t F(z\,,\mathrm{H}) = \frac{1}{\lambda^*}\int_0^{\mathrm{H}}\left(\frac{x_{t_0}}{1 + m t_0}\frac{d\sigma_{t_0}}{dh} - x_0\frac{d\sigma_0}{dh}\right) dh\,,$$

significando $x_0, \frac{d\sigma_0}{dh}$ i valori della x e di $\frac{d\sigma}{dh}$, che risultano dalle formole (13_a), (14), (17) per $t_0 = 0^\circ$, mentre $x_{t_0}, \frac{d\sigma_{t_0}}{dh}$ denotano i valori analoghi corrispondenti alla temperatura generica t_0. La espressione precedente venne senz'altro calcolata per quadratura numerica per una serie di valori di z e di H una prima volta per $t_0 = +20^\circ$ e una seconda volta per $t_0 = -20^\circ$. Queste quadrature numeriche riuscirono naturalmente assai più semplici di quelle relative ad $F_0(z, H)$ (tav. I) per la piccolezza dei valori della funzione integranda. Ottenuti per i singoli valori di z e di H i due valori

$$\Delta_{+20^\circ} F(z, H) \quad , \quad \Delta_{-20^\circ} F(z, H)$$

abbiamo da questi calcolato i coefficienti a e b della formola quadratica

$$\Delta_{t_0} F(z, H) = a(z, H) \frac{t_0}{10^\circ} + b(z, H) \left(\frac{t_0}{10^\circ}\right)^2 \tag{20}$$

e questi coefficienti vengono comunicati nelle tavole a doppia entrata III_a e III_b.

Tutto questo riguarda il calcolo del termine correttivo della temperatura per un luogo situato al mare. Per un luogo ad un'altezza H_0 qualunque fra 0^m e 5000^m lo stesso procedimento, che abbiamo accennato sopra (§ 5) per ottenere gli spessori atmosferici medî, servirà ad ottenere la rettificazione di temperatura. Si determinerà cioè colla tavola II la distanza zenitale z al mare che corrisponde alla distanza zenitale z_0 osservata all'altezza H_0. Ricavando dalle tavole III_a, III_b i valori $a(z, H_0), a(z, H)$; $b(z, H_0), b(z, H)$, le differenze $a(z, H) - a(z, H_0)$; $b(z, H) -$ $- b(z, H_0)$ saranno i valori da adoperare come a, b per ottenere secondo la formola (20) il termine correttivo $\Delta_t F(z, H)$ relativo allo spessore percorso dal raggio considerato fra le altezze H_0 ed H.

Degna di nota è, a questo riguardo, una circostanza a prima vista singolare, la quale può esprimersi come segue: le variazioni, dipendenti dalla temperatura, degli spessori atmosferici in uno strato inferiore a 5000^m possono risultare maggiori delle variazioni analoghe corrispondenti a percorsi estesi a tutta l'atmosfera. Così per $t_0 = +20^\circ$ e $z = 87^\circ$ si hanno da applicare agli spessori dati dalla tavola media (tav. I) le correzioni sotto indicate

H	$\Delta_t F(z, H)$
1000^m	— 0.146
2000	— 0.261
3000	— 0.349
4000	— 0.415
5000	— 0.463
10000	— 0.520
30000	— 0.233
per tutta l'atmosfera	— 0.221 (1)

(1) Cfr. *Zur Theorie der Extinktion*..... pag. 49.

Questo dipende naturalmente dal fatto, che le densità dell'aria corrispondenti all'ipotesi $t_0 = +20°$ solo fino ad una certa altezza (oltre 10000^m) riescono minori di quelle corrispondenti a $t_0 = 0°$; da una certa altezza in poi prendono il sopravvento e quindi il termine correttivo corrispondente agli strati superiori ha il segno opposto a quello per gli strati inferiori. Come si vede, anche colla semplice ipotesi di un decrescimento uniforme della temperatura coll'altezza, la costituzione portata dalle leggi fisiche per l'atmosfera non riesce così semplice, come si potrebbe attendere.

10. Per quanto riguarda la rettificazione di pressione, abbiamo ricercato anzitutto, se le variazioni di pressione avessero effetto sensibile sull'integrale della formola (8), cioè in quanto B compare nella costante α della refrazione. Risultò per $z = 87°$ ed $H = 5000^m$ da un calcolo per quadrature numeriche

$$\frac{1}{\lambda^*}\left\{\left(\int_0^{5000} x\,d\sigma\right)_{760^{mm}} - \left(\int_0^{5000} x\,d\sigma\right)_{740^{mm}}\right\} = 0.004.$$

L'influenza della pressione, per quanto questa entra nella costante della refrazione, è dunque del tutto trascurabile; e per rettificare le masse d'aria fornite dalla nostra tav. I della correzione dipendente dalla pressione basta moltiplicarle per il fattore $\frac{B}{760^{mm}}$. Tale rettificazione viene agevolata dalla tav. IV, che fornisce in corrispondenza all'argomento M (massa d'aria attraversata dai raggi già rettificata per la temperatura) l'incremento ΔM di M, che corrisponde all'aumento di 10^{mm} nella pressione.

Questo per un luogo situato al mare. Se si vuol tener conto della correzione analoga per una stazione all'altezza H_0, indicando con $B^*_{H_0}$ la pressione normale, data secondo le (13) (14) da

$$B^*_{H_0} = B^*(1 - \gamma S_0)^{k+1} \qquad (B^* = 760^{mm})$$

e con B_{H_0} la pressione effettiva, data analogamente da

$$B_{H_0} = B_0(1 - \gamma S_0)^{k+1}, \qquad (B_0 = \text{pressione effettiva al mare})$$

si avrà per divisione

$$\frac{B_{H_0}}{B^*_{H_0}} = \frac{B_0}{B^*}.$$

Dunque il fattore correttivo dipendente dalla pressione è lo stesso, per date condizioni meteorologiche, a tutte le altezze, epperò ricordando che lo spessore di un percorso fra due altezze qualunque H_0 ed H vien da noi ottenuto come differenza di due spessori aventi il limite inferiore al mare, concludiamo, che la correzione di pressione si applica per qualunque altezza nell'identico modo come al mare cioè secondo la formola

$$\left[\int_{H_0}^{H_1} F(z, h)\,dh\right]_{t,B} = \left[\int_{H_0}^{H_1} F(z, h)\,dh\right]_{t,B^*} \cdot \frac{B}{B^*}.$$

11. Abbiamo ricercato infine quale influenza possa avere nel calcolo della estinzione una variazione del gradiente termico coll'altezza. Visto l'intimo legame, che passa

fra i parametri k e β (formola 14_a), basterà cercare quale variazione corrisponde, nel calcolo degli spessori atmosferici ad una data variazione di k. Assumendo in luogo di $k = \frac{9}{2}$ ($\beta = 6^\circ.21$) il valore $k = 5$ ($\beta = 5^\circ.68$) risulta per $z = 87^\circ$ e $H = 5000^m$, doversi applicare allo spessore atmosferico dato dalla tavola media (8.434) la correzione $+ 0.030$, correzione così piccola (tenuto conto anche, che si riferisce a una distanza zenitale ben grande), che non è evidentemente il caso di tenerne conto.

12. Perchè lo studio dei termini di correzione dipendenti dalla temperatura e dalla pressione sia completo, non resta che ricercare la influenza di questi elementi sulle refrazioni medie da noi date nella tav. II. Si vede fin da principio, che le relative correzioni non possono esser che piccolissime, perchè la temperatura e la pressione non entrano nella formola (19) che per il termine di 2° ordine

$$\varepsilon_z(1-x) = (\varepsilon_z)_0 \frac{1}{1+mt_0} \frac{B}{760}(1-x).$$

Risulta infatti per $z = 89^\circ$, per $H = 5000^m$ e per $t_0 = +20^\circ$ doversi applicare alla refrazione media data dalla tavola II ($1^\circ 18'.7$) la correzione $+1'.4$. Ancora minore risulta la correzione dipendente da una ordinaria variazione della pressione. Le correzioni in discorso sono dunque senz'altro trascurabili.

13. Per lo studio dell'assorbimento selettivo è di grande interesse, oltre alla conoscenza degli spessori atmosferici attraversati dai raggi nello strato d'aria compreso fra due date stazioni, anche la conoscenza degli spessori atmosferici attraversati precedentemente, prima di giungere al livello della stazione superiore. A tal fine comunico nella tavola V, i valori delle masse d'aria attraversate dai raggi luminosi dal mare fino al limite dell'atmosfera, per distanze zenitali z da 0° fino a 89°. Detta tavola venne calcolata secondo la stessa teoria e le stesse costanti, che qui adopero, nel lavoro più volte accennato *Zur Theorie der Extinktion...* (Tafel XXIII). Nella seguente tavola VI comunico le rettificazioni dipendenti dalla temperatura per le masse d'aria fornite dalla tavola V. Anche queste rettificazioni vennero calcolate naturalmente secondo le norme indicate nel citato lavoro.

Nella tavola VII vennero raccolti per una serie altezze nel livello del mare i valori da noi ottenuti per le principali quantità, che compaiono nel calcolo degli spessori atmosferici, e cioè i valori della variabile ausiliaria s, della densità relativa dell'aria x, degli spessori atmosferici in direzione verticale λ_H e di altre quantità di continua applicazione nei calcoli relativi all'assorbimento atmosferico, e che possono tornare utili anche in altre ricerche affini.

Seguono in fine le tavole I_E, II_E, III_E per lo strato Catania-Etna ricavate per interpolazione dalle tavole più ampie I e II, III secondo i procedimenti accennati nei precedenti §§. Di queste tavole viene fatta estesa applicazione nel seguente capitolo.

14. Prima però di procedere a tale applicazione, non sarà fuor di luogo vedere, entro quali limiti la teoria qui proposta per il decrescimento della densità dell'aria

coll'altezza si accordi coi dati meteorologici, che accompagnarono quelle osservazioni. Le formole da me proposte non hanno certo la pretesa di concorrere per esattezza colle ben note formole altimetriche del Lugli e di altri, nè lo potrebbero a priori, visto che qui si prescinde completamente dalla umidità, e che in generale si limitano gli sviluppi a quel grado di esattezza, che è proporzionato alla precisione raggiungibile in misure astrofotometriche. Altra ragione, per la quale non può attendersi a priori un perfetto accordo fra le osservazioni meteorologiche in Catania e all' Etna da una parte e le formole altimetriche dall' altra, si è che la distanza delle due stazioni importa in linea retta ben 26^{km}, cosicchè può esser ben sensibile la influenza di eventuali depressioni barometriche o di gradienti termici orizzontali, a tutto detrimento dell'approssimazione delle formole altimetriche. In ogni modo risulterà, che l'accordo fra la teoria qui proposta e le osservazioni meteorologiche è del tutto soddisfacente.

Debbo alla cortesia del dott. Mendola assistente nell'Osservatorio di Catania la comunicazione dei dati seguenti relativi alla temperatura e pressione nei giorni nei quali osservarono Müller e Kempf e per le ore 21 corrispondenti all' incirca al principio delle osservazioni.

	T_C	T_E	$T_C - T_E$	B_C	B_E	$B_C - B_E$
1894 Agosto 20	23°.3	3°.1	20°.2	755.3 mm	536.9 mm	218.4 mm
" " 21	23.4	2.4	21.0	755.1	536.7	218.4
" " 22	22.8	5.7	17.1	759.2	540.4	218.8
" " 23	26.4	10.1	16.3	761.7	542.7	219.0
" " 24	25.2	10.3	14.9	760.6	543.0	217.6
" " 25	25.6	7.6	18.0	758.4	541.8	216.6
" " 26	27.0	7.3	19.7	758.4	543.0	215.4
" " 27	29.2	8.5	20.7	758.2	539.1	219.1

La media dei valori $T_C - T_E$ è 18°.49, ed essendo valutata a 69^m l'altezza dell'Osservatorio di Catania e a 2942^m quella dell'Osservatore Etneo e quindi a 2873^m la differenza di livello, ne segue come valore medio del gradiente termico in altezza fra le accennate stazioni, nelle accennate sere, il valore

$$\beta = 6^\circ.44$$

in accordo, che può ben dirsi soddisfacente col valore da noi ammesso come normale

$$\beta = 6^\circ.21.$$

Per quanto riguarda poi le pressioni, detti p_0, p_C, p_E rispettivamente i valori delle pressioni relative (1) al mare, in Catania e all' Etna; H_C, H_E le altezze in metri

(1) $p = \frac{B}{760}$, se B indica la pressione in *mm*.

delle due stazioni; s_C, s_E i valori corrispondenti della variabile s, cioè

$$s_C = \frac{H_C}{a + H_C} \quad , \quad s_E = \frac{H_E}{a + H_E} ,$$

sussisteranno secondo la (12) le formole

$$\frac{p_C}{p_0} = x_C(1 - \gamma s_C) = (1 - \gamma s_C)^{k+1}$$

$$\frac{p_E}{p_0} = x_E(1 - \gamma s_E) = (1 - \gamma s_E)^{k+1} ,$$

onde

$$\frac{p_E}{p_C} = \left(\frac{1 - \gamma s_E}{1 - \gamma s_C}\right)^{k+1} .$$

In questa formola γ ha il valore

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + m t_0}$$

t_0 essendo la temperatura al mare, per la quale potremo prendere senz'altro i valori osservati in Catania. Per verificare allora, fino a che grado questa formola per $\frac{p_E}{p_C}$ si accordi coi dati di fatto, non avremo che a introdurvi i valori p_C e t_0 delle pressioni e temperature osservate in Catania, e confrontare i valori, che ne conseguono per p_E coi valori della pressione effettivamente osservati all'Etna. Si ottiene

	Agosto 20	21	22	23	24	25	26	27
Valori calcolati $(p_E)_C =$	mm 536.9	536.8	539.3	543.4	541.8	540.5	541.4	542.6
» osservati $(p_E)_0 =$	536.9	537.7	540.4	542.7	543.0	541.9	543.0	539.1
O — C =	0.0	— 0.1	+ 1.1	— 0.7	+ 1.2	+ 0.7	+ 1.6	— 3.5

Il valore medio degli O — C è dunque $\pm 1^{mm}.2$, approssimazione certo considerevole, e che non vorrà riguardarsi come fortuita.

Questa è anche all'incirca l'approsimazione, che può attribuirsi ai valori delle masse d'aria dati dalle nostre tavole per le varie distanze zenitali. Non sarà fuor di luogo il rilevare quanto questa approssimazione sia superiore a quella consentita dal procedimento fin qui seguito dagli sperimentatori (Langley e Müller-Kempf) per calcolare le masse d'aria. Nella Memoria più volte citata di Müller-Kempf (pag. 272) si trova l'inciso seguente: *Le masse d'aria* (sovrastanti le due stazioni) *stanno fra loro come le rispettive altezze barometriche* (540^{mm} per l'Etna e 760^{mm} per Catania). *Se si indica quindi con* 1 *la massa della intera atmosfera, la massa* l_1 *della colonna d'aria* (verticale) *sovrastante all'Etna sarà espressa da*

$$l_1 = \frac{540}{650} = 0.711 .$$

Ne seguirebbe per la massa della colonna verticale d'aria Catania-Etna il valore

$$1 - l_1 = 0.289 .$$

Ora secondo le nostre tavole I_R, II_R questo è prossimamente il valore della massa d'aria dello strato Catania-Etna in direzione verticale, per condizioni normali di pressione e per 20° di temperatura. Il detto valore può considerarsi quindi in ogni caso come un buon valore *medio*; ma l'escursione annua della temperatura è per Catania almeno 30°, e a tale escursione corrisponde secondo la nostra tavola III_E una oscillazione di 0,027 nella massa d'aria (in direzione verticale) pari a circa 20^{mm} di mercurio.

Questo certo non piccolo divario sfugge completamente al calcolo delle masse secondo la formola semplice adoperata da Langley e da Müller-Kempf, mentre viene agevolmente sottoposto al calcolo mediante le nostre tavole.

Per il calcolo delle masse d'aria attraversate dai raggi luminosi in direzione obliqua fra due determinate altezze non è possibile alcun confronto con calcoli di altri esperimentatori, perchè questo genere di calcoli costituisce appunto l'innovazione essenziale portata dal presente lavoro. Taluno (¹) ha però calcolato gli spessori atmosferici in direzione obliqua mediante la formola approssimata

$$M_z = M_0 \sec z,$$

M_0 indicando lo spessore dello strato atmosferico in direzione verticale ed M_z lo spessore analogo per la distanza zenitale z. Ma questa formola, a meno che lo strato atmosferico considerato non sia sottilissimo, è ammissibile appena fino a $z = 65°$ o 70° al più, e diventa del tutto scorretta per distanze zenitali alquanto forti.

III.

Le osservazioni fotometriche di Müller e Kempf in Catania e all'Etna.

Come si è già accennato altrove, il programma d'osservazione, che Müller e Kempf si erano prefisso di svolgere nel 1894 negli Osservatorî di Catania e dell'Etna, comprendeva per le singole sere d'osservazione:

1°. La determinazione della curva d'estinzione separatamente per Catania e per l'Etna mediante osservazioni simultanee di una medesima stella, dal levare fino ad una considerevole altezza sull'orizzonte.

2°. La determinazione diretta dell'assorbimento esercitato dallo strato d'aria Catania-Etna nella direzione verticale mediante osservazioni simultanee di stelle zenitali nelle due stazioni.

Soltanto questa seconda parte del programma potè venir svolta completamente in tutte le nove sere d'osservazione. La prima parte per varî contrattempi causati, e dalla difficoltà delle comunicazioni, e dalle vicende meteorologiche all'Etna riuscì solo in cinque sere (1894, agosto 20, 21, 22, 25, 26). Queste sere soltanto sono dunque utilizzabili per il nostro scopo, che riflette la determinazione dell'assorbimento atmosferico da coppie di osservazioni estrazenitali.

(¹) Così il ch.mo prof. Oddone nella sua Nota: *Sul coefficiente medio di trasparenza dell'aria per grandi visuali terrestri.* Rendiconti del R. Istituto Lombardo, serie 5ª, vol. XXXIV, 1901, pag. 511.

1. Per le osservazioni di estinzione M. e K. usavano osservare alternativamente la stella d'estinzione e la polare, con che conseguivano il vantaggio di eliminare la influenza di eventuali variazioni personali e strumentali nel corso di una medesima sera. Per il nostro scopo conviene però conoscere le luminosità effettive osservate nelle due stazioni per la stella di estinzione e non le luminosità relative alla polare, poichè questa non ha naturalmente la stessa intensità luminosa apparente nelle due stazioni. Ora gli A. A. comunicano nella loro Memoria le puntate fatte al fotometro a cuneo separatamente per la stella di estinzione e per la polare. Se noi dunque ammettiamo, che le variazioni fisiologiche e strumentali, che avvengono nel corso di una sera risultino eliminate o compensate nella media di tutte le letture fatte per la polare nel corso di detta sera, questa media esprimerà la lettura esatta corrispondente alla polare, e aggiungendo a questa la differenza osservata (in mm.) fra la stella di estinzione e la polare, nel senso $\star - P$, si avranno le singole letture della stella di estinzione libere, per quanto è possibile ottenere, degli errori non controllabili di origine fisiologica e strumentale.

Le letture così ottenute per Catania e per l'Etna (L_C ed L_E) non sono direttamente paragonabili due a due, vale a dire la traiettoria dei raggi luminosi osservati all'Etna non collima esattamente colla parte superiore della traiettoria dei raggi osservati (simultaneamente o quasi) in Catania, perchè la simultaneità delle osservazioni non trae seco (in generale) la eguaglianza degli angoli z' e z_1, da cui dipende la sovrapponibilità delle due traiettorie (cfr. Cap. I). Però, come si è accennato a suo luogo, si può ovviare a questo inconveniente con un semplice procedimento di rettificazione, che consiste nell'apportare alle luminosità osservate nella stazione superiore correzioni convenienti per ridurle dalla distanza zenitale effettivamente osservata all'Etna z_E, a quella voluta z_E'. Per questo occorre il coefficiente differenziale della luminosità in discorso rispetto alla distanza zenitale z_E, quale potrebbe venir fornito da un procedimento grafico, o da una formola empirica qualunque. Ad evitare qualsiasi elemento soggettivo, ho applicato la formola consueta della estinzione

$$g = g_0 - \frac{\log p}{0.4}\left[F(z_E) - 1\right],$$

la quale, abbiano o no le costanti g_0, p il significato fisico, che viene loro comunemente attribuito, fornisce indubbiamente un'ottima formola di ragguaglio. Pei valori di $F(z_E)$ (spessori atmosferici estesi a tutta l'atmosfera) ho applicato la tavola V del presente lavoro. La formola precedente può scriversi più semplicemente

$$g = x + y\left[F(z_E) - 1\right]$$

e la questione, che ci siamo proposta, equivale a quella di determinare le incognite x, y da un certo numero di equazioni di questa forma, essendo g e z_E dati d'osservazione ed $F(z_E)$ fornito dalla detta tavola. Ho fatto questa determinazione col metodo dei minimi quadrati. Riproduco nel quadro seguente per ognuna delle sere i valori g e z_E ricavati dalla Memoria di M. e K. (e precisamente dalla tavola VI), indi i valori di $F(z_E) - 1$, e in un'ultima colonna i valori *Oss.* — *Calc.* Seguono appresso le equazioni normali e i valori ottenuti per le x, y.

1894 Agosto 20

z_n	y	$F(z_n) - 1$	O − C
81°.59	1.71	5.58	+ 3
79.28	1.54	4.25	+ 1
74.01	1.19	2.59	15
70.09	1.32	1.92	+ 6
64.95	1.29	1.35	+ 9
61.21	1.27	1.07	+ 10
56.29	0.95	0.80	− 18
44.02	1.14	0.39	+ 5
39.48	1.07	0.29	1

$9\,x + 8.23\,y = 11.48$

$18.23\,x + 63.36\,y = 20.31$

$x = 1.04$

$\log y = 9.0622$

Agosto 21

z_n	y	$F(z_n) - 1$	O − C
87°.22	2.72	15.17	14
82.93	1.82	6.70	+ 17
79.09	1.47	4.16	+ 18
74.21	1.06	2.63	− 1
64.76	1.21	1.33	+ 32
61.60	0.66	1.10	− 19
56.68	0.94	0.86	+ 12
44.02	0.66	0.39	9
39.30	0.64	0.29	− 10
36.01	0.44	0.24	29
31.98	0.76	0.18	+ 4
29.24	0.78	0.15	+ 6
26.02	0.63	0.11	8

$13\,x + 83.31\,y = 13.79$

$83.31\,x + 308.26\,y = 60.37$

$x = 0.70$

$\log y = 9.1536$

Agosto 22

z_n	y	$F(z_n) - 1$	O − C
86°.26	2.40	18.91	− 6
82.17	1.65	6.02	+ 22
78.11	1.03	3.76	− 10
73.23	1.00	2.43	+ 4
69.30	0.81	1.81	7
64.37	0.93	1.30	+ 12
60.62	0.69	1.03	− 9
55.51	0.65	0.76	− 9
43.10	0.38	0.37	3
38.59	0.56	0.28	− 12
35.84	0.74	0.22	+ 7
31.23	0.67	0.17	0
28.45	0.66	0.14	0
25.73	1.05	0.11	+ 39

$14\,x + 32.31\,y = 13.22$

$32.31\,x + 256.68\,y = 54.27$

$x = 0.64$

$\log y = 9.1157$

Agosto 25

z_n	y	$F(z_n) - 1$	O − C
85°.29	1.47	9.91	− 17
84.07	1.67	7.99	+ 29
80.56	0.93	4.91	− 3
77.93	0.72	3.69	− 7
74.31	0.39	2.65	− 26
71.45	0.78	2.12	+ 20
67.23	0.56	1.57	+ 5
64.33	0.29	1.30	− 18
60.02	0.68	1.00	+ 25
48.80	0.29	0.52	− 7
44.15	0.30	0.39	− 5
40.90	0.20	0.32	− 14
36.15	0.51	0.24	+ 18

$13\,x + 36.61\,y = 8.79$

$36.61\,x + 216.96\,y = 40.20$

$x = 0.64$

$\log y = 9.1324$

Agosto 26

z_n	y	$F(z_n) - 1$	O − C
83°.32	1.23	7.10	− 6
80.01	0.96	4.60	+ 2
77.36	0.98	3.49	+ 20
73.56	0.43	2.50	− 21
70.52	0.61	1.98	+ 5
66.59	0.54	1.50	+ 4
63.35	0.35	1.22	− 10
59.18	0.19	0.95	− 23
47.91	0.63	0.49	+ 28
43.43	0.38	0.38	+ 5
39.99	0.41	0.30	+ 9
35.23	0.18	0.22	− 13

$12\,x + 24.73\,y = 6.89$

$24.73\,x + 99.11\,y = 20.89$

$x = 0.29$

$\log y = 9.1520$

Si noterà, che i valori O — C da noi ottenuti coincidono quasi perfettamente cogli O — C ottenuti da M. e K. Questo non significa altro, se non che la formola di Laplace (adoperata da M. e K. per la riduzione delle loro osservazioni) è un'ottima formola di ragguaglio per le osservazioni di estinzione, tanto che la rappresentazione delle osservazioni stesse riesce egualmente bene con questa formola come con quella più rigorosa da me data nel lavoro citato. È da porre mente tuttavia, che questo dipende in gran parte dalla circostanza che nelle attuali serie di osservazioni scarseggiano forti distanze zenitali (tre sole superano 85°).

2. Dopo questi calcoli preliminari la riduzione delle osservazioni procede nel modo seguente.

Dai valori di z app. corrispondenti alle osservazioni di Catania (z_C), si ricavano mediante la tavola II_E per l'Etna (pag. 106) le distanze zenitali apparenti z_E', che i raggi osservati in Catania hanno all'altezza dell'Etna, indi i valori $F(z_E')$ mediante la tavola V. Si formano in seguito i valori $F(z_E)$ corrispondenti alle distanze zenitali z_E effettivamente osservate all'Etna (questi valori sono già stati ottenuti nel computo precedente per la formazione di $F(z_E) - 1$). La differenza $F(z_E') - F(z_E)$ moltiplicata per y (relativo alla sera di cui si tratta) dà la correzione da apportare alla g osservata per ridurla alla distanza zenitale z_E'. Poichè noi però ci riferiamo alle letture L_E al fotometro (scala in mm.), le dette differenze saranno da moltiplicare, anzichè per y, per $-y:K$ (se K rappresenta la costante del fotometro, (vale a dire l'equivalente di 1 mm. in classi di grandezza stellare) e si hanno così le correzioni analoghe ΔL da farsi alle letture L_E (1). Ottenuta così per ogni osservazione all'Etna la lettura L'_E ridotta alla distanza zenitale z_E' e quindi immediatamente paragonabile alla lettura L_C, la differenza $L'_E - L_C$ esprimerà l'importo dall'assorbimento dovuto allo strato Catania-Etna *più* l'ammontare delle equazioni personali e strumentali.

3. Non rimane dunque ormai che sceverare queste ultime due cause di errore, ciò che trovasi già fatto nella Memoria di Müller e Kempf. Posto che l'osservatore M e lo strumento I si trovino all'Etna, e l'osservatore K e lo strumento II in Catania, avrà luogo un'equazione della forma

$$L'_E - L_C = (\text{Assorb.}) + (M - K) + (I - II).$$

E se si scambiano successivamente gli strumenti, o gli osservatori, o strumenti e osservatori insieme, varranno rispettivamente le altre tre equazioni

$$L'_E - L_C = (\text{Assorb.}) + (M - K) - (I - II)$$
$$L'_E - L_C = (\text{Assorb.}) - (M - K) + (I - II)$$
$$L'_E - L_C = (\text{Assorb.}) - (M - K) - (I - II).$$

Da tali quattro equazioni applicate alle osservazioni di stelle zenitali Müller e Kempf poterono ricavare (essendo elementi noti le $L'_E - L_C$) i seguenti valori delle incognite

(1) Il segno — attribuito al fattore $-y:K$ per l'ottenimento di ΔL dipende dal fatto, che, aumentando il numero ordinale della grandezza y, diminuisce la luminosità della stella e quindi anche la lettura L al fotometro. È da notare altresì, che le g del quadro precedente sono le differenze di grandezza $G_* - G_P$ fra la stella d'estinzione e la polare, mentre le L_E attuali sono le letture corrispondenti alle grandezze G_* della stella d'estinzione. È però manifesto, che $\frac{\Delta g}{\Delta z} = \frac{\Delta G_*}{\Delta z}$.

(Assorb.) (nella direzione verticale) $= + 0^m.53$
(M — K) (equazione personale) $= - 0.\ 55$
(I — II) (equazione strumentale) $= + 0.\ 38$.

Noi possiamo senz'altro applicare i due ultimi dati per il nostro scopo, perchè non c'è ragione, per cui debbano variare le quantità in questione col variare della distanza zenitale. E siccome nel caso nostro non si presentano che le prime due combinazioni, circa la distribuzione degli osservatori e degli strumenti, così avremo rispettivamente:

$$(21)\begin{cases} \text{1}^a\ \text{Combin.}^{ne}\ (\text{Ag. 20, 21, 22}) & \text{Assorb.} = (L'_E - L_C) - (M - K) - (I - II) = (L'_E - L_C) + 0^m.17 \\ \text{2}^a\ \text{Combin.}^{ne}\ (\text{Ag. 25, 26}) & \text{Assorb.} = (L'_E - L_C) - (M - K) + (I - II) = (L'_E - L_C) + 0^m.93 \end{cases}$$

Abbiamo racchiuso fra parentesi la differenza $L'_E - L_C$ per indicare, che deve intendersi convertita in classi di grandezza mediante moltiplicazione per la costante K del fotometro ($0^m.1958$).

4. Si ha così da ogni coppia di osservazioni estrazenitali simultanee, come puro risultato di osservazione, l'assorbimento esercitato dallo strato Catania-Etna lungo la traiettoria corrispondente alla distanza zenitale z_C (distanza zenitale apparente apparente in Catania). Si ricavi allora con questo valore z_C dalla tavola I_E per lo strato Catania-Etna (pag. 103) la massa $F(z, H)$ attraversata dai raggi in questione (¹). Il quoziente $q = \frac{\text{Assorb.}}{F(z\,,\,H)}$ ci darà il coefficiente di assorbimento medio relativo alle singole masse considerate (unità di massa la massa di un'atmosfera). Riferendosi invece alla teoria di Bouguer-Pouillet, il detto quoziente moltiplicato per 0.4 fornisce il logaritmo del coefficiente di trasmissione p (per un'atmosfera).

Nei prospetti seguenti riproduco i valori ottenuti dalle singole coppie di stelle per il coefficiente di trasmissione p e i dati principali dei relativi calcoli. Precisamente la prima colonna contiene le distanze zenitali relative alle osservazioni in Catania (z_C), la seconda contiene la correzione di refrazione Δz data dalla tavola II_E (pag. 106) per ricavare dalla distanza zenitale z_C la distanza zenitale z_E' (3^a colonna), che i raggi osservati in Catania possiedono all'altezza dell'Etna. La quarta colonna contiene la differenza degli spessori atmosferici corrispondenti alle distanze zenitali z_E' e z_E (distanza zenitale effettivamente osservata all'Etna); la quinta contiene la correzione ΔL_E da farsi alla lettura ottenuta all'Etna, in corrispondenza alla detta differenza di spessori atmosferici; la 6^a, 7^a, 8^a, 9^a colonna contengono rispettivamente le letture fatte all'Etna, le medesime corrette, le letture fatte in Catania e le differenze di queste ultime due; la 10^a colonna dà l'assorbimento in classi di grandezza ricavato dalle $L_E' - L_C$ nel modo espresso dalle equazioni (21); la 11^a le masse d'aria $F(z, H)$ attraversate dai raggi nello strato Catania-Etna, ricavate dalla tavola I_E pag. 105 coll'argomento z_C. L'ultima colonna infine dà i valori ottenuti per il coefficiente di trasmissione p. È bene inteso, che alla terza cifra decimale in $F(z\,,\,H)$ e in p non è da attribuire che il significato di *risultato di calcolo*, in altri termini si comunica questa cifra, non già nel senso, che sia questo il grado di precisione corrispondente alla precisione delle osservazioni, ma solo per assicurare la esattezza della seconda decimale.

(¹) Non teniamo conto per il calcolo di detta massa della lieve rettificazione dipendente dalla temperatura, rettificazione che dovrebbe applicarsi secondo la tavola III_E.

Agosto 20 — γ *Pegasi.*

z_C	Δz	z'_E	$F(z'_E) - F(z_C)$	ΔL_E	L_E	L'_E	L_C	$L'_E - L_C$	Assorb.	$F(z, H)$	p
°	°	°		mm	mm	mm	mm	mm	m		
82.57	— 0.16	82.41	+ 0.65	— 0.38	58.79	58.41	50.19	+ 8.22	1.78	2.396	0.505
78.14	— 0.10	78.04	— 0.52	+ 0.31	58.63	58.94	50.86	+ 8.08	1.75	1.514	0.345
73.84	— 0.07	73.77	— 0.05	+ 0.03	60.43	60.46	55.12	+ 5.34	1.22	1.120	0.366
70.68	— 0.06	70.62	+ 0.07	— 0.04	59.80	59.76	56.84	+ 2.92	0.74	0.943	0.485
65.35	— 0.05	65.30	+ 0.03	— 0.02	59.91	59.89	56.12	+ 3.77	0.91	0.747	0.326
61.38	— 0.04	61.34	+ 0.01	— 0.01	60.03	60.02	57.72	+ 2.30	0.62	0.652	0.417
43.0	—	43.0	— 0.02	— 0.01	60.70	60.69	60.84	— 0.15	0.14	0.427	0.740
39.4	—	39.4	—	—	61.03	61.03	59.12	+ 1.91	0.54	0.404	0.292

Agosto 21 — γ *Pegasi.*

z_C	Δz	z'_E	$F(z'_E) - F(z_C)$	ΔL_E	L_E	L'_E	L_C	$L'_E - L_C$	Assorb.	$F(z, H)$	p
81.80	— 0.16	81.65	— 1.08	+ 0.79	56.55	57.34	52.55	4.79	1.11	2.171	0.624
77.94	— 0.10	77.84	— 0.50	+ 0.37	58.35	58.72	51.82	6.90	1.52	1.489	0.391
73.05	— 0.07	72.98	— 0.24	+ 0.18	60.44	60.62	57.98	2.64	0.69	1.069	0.552
64.16	— 0.05	64.11	— 0.05	+ 0.04	59.67	59.71	57.60	2.11	0.57	1.746	0.481
60.59	— 0.04	60.55	— 0.07	+ 0.05	62.47	62.52	57.62	4.90	1.13	0.637	0.195
55.47	— 0.03	55.44	— 0.06	+ 0.04	61.07	61.11	57.72	3.39	0.83	0.552	0.251
43.0	—	43.0	— 0.02	+ 0.02	62.50	62.52	58.78	3.74	0.90	0.427	0.143
38.7	—	38.7	— 0.01	+ 0.01	62.57	62.58	61.30	1.28	0.42	0.400	0.381
35.0	—	35.0	— 0.02	+ 0.01	63.60	63.61	61.10	2.51	0.66	0.381	0.203
31.1	—	31.1	— 0.01	+ 0.01	61.97	61.98	60.25	1.73	0.50	0.364	0.282
28.1	—	28.1	— 0.01	+ 0.01	61.90	61.91	60.75	1.16	0.40	0.354	0.354
25.5	—	25.5	—	—	62.97	62.67	60.75	1.92	0.55	0.346	0.231

Agosto 22 — γ *Pegasi.*

z_C	Δz	z'_E	$F(z'_E) - F(z_C)$	ΔL_E	L_E	L'_E	L_C	$L'_E - L_C$	Assorb.	$F(z, H)$	p
81.99	— 0.19	81.84	— 0.26	+ 0.17	57.07	57.24	53.30	+ 3.94	0.94	2.221	0.678
78.14	— 0.10	78.04	— 0.03	+ 0.01	60.24	60.25	54.67	+ 5.58	1.26	1.514	0.465
72.26	— 0.07	72.19	— 0.19	+ 0.13	60.42	60.55	57.82	+ 2.73	0.70	1.023	0.532
69.10	— 0.06	69.04	— 0.03	+ 0.02	61.37	61.39	58.43	+ 2.96	0.75	0.874	0.453
64.36	— 0.05	64.31	— 0.01	0.00	60.75	60.75	60.06	+ 0.69	0.31	0.721	0.673
60.39	— 0.04	60.35	— 0.02	+ 0.01	61.99	62.00	60.23	+ 1.77	0.52	0.633	0.469
55.28	— 0.03	55.25	— 0.01	+ 0.01	62.20	62.21	59.91	+ 2.30	0.62	0.550	0.354
43.0	—	43.0	—	—	63.55	63.55	61.77	+ 1.78	0.52	0.427	0.325
38.3	—	38.3	—	—	62.64	62.64	60.87	+ 1.77	0.52	0.398	0.300
35.0	—	35.0	—	—	61.74	61.74	62.01	— 0.27	0.12	0.381	0.748
31.2	—	31.2	—	—	62.10	62.10	61.80	+ 0.30	0.23	0.365	0.560
28.4	—	28.4	—	—	62.12	62.12	60.15	+ 1.97	0.56	0.355	0.234
25.5	—	25.5	—	—	60.15	60.15	62.05	— 1.90	—0.20	0.346	—

Agosto 25 — γ *Andromedae.*

z_C	Δz	z'_E	$F(z'_E) - F(z_E)$	ΔL_E	L_E	L'_E	L_C	$L'_E - L_C$	Assorb.	$F(z.H)$	p
84°.09	— 0°.21	83°.88	— 0.15	+ 0.10 mm	57.45 mm	57.55 mm	52.41 mm	+ 5.14 mm	1.94 m	2.985	0.549
80.43	— 0.13	80.30	— 0.15	+ 0.10	60.43	60.53	57.91	+ 2.62	1.44	1.868	0.492
77.94	— 0.10	77.84	— 0.03	+ 0.02	61.62	61.64	61.44	+ 0.20	0.97	1.489	0.548
74.46	— 0.08	74.38	+ 0.02	— 0.01	62.65	62.64	62.01	+ 0.63	1.05	1.163	0.436
71.59	— 0.07	71.52	+ 0.01	— 0.01	63.18	63.17	62.36	+ 0.77	1.08	0.988	0.366
67.52	— 0.05	67.47	+ 0.03	— 0.02	63.72	63.70	64.71	— 1.01	0.73	0.816	0.439
64.29	— 0.05	64.24	— 0.01	0.00	63.99	63.99	63.94	+ 0.05	0.94	0.719	0.300
60.14	— 0.04	60.10	0.00	0.00	64.30	64.30	63.74	+ 0.56	1.04	0.627	0.217
48.0	—	48.0	— 0.02	+ 0.02	64.77	64.79	65.79	— 1.20	0.70	0.466	0.251
44.4	—	44.4	—	—	64.90	64.90	65.03	— 0.13	0.90	0.437	0.150
40.8	—	40.8	—	—	64.97	64.97	65.81	— 0.84	0.77	0.413	0.180
36.4	—	36.4	—	—	65.05	65.05	64.58	+ 0.47	1.02	0.388	0.089

Agosto 26 — γ *Andromedae.*

z_C	Δz	z'_E	$F(z'_E) - F(z_E)$	ΔL_E	L_E	L'_E	L_C	$L'_E - L_C$	Assorb.	$F(z.H)$	p
83.20	— 0.18	83.02	— 0.32	+ 0.23	60.22	60.45	55.94	+ 4.51	1.81	2.606	0.527
80.03	— 0.12	79.91	— 0.51	+ 0.04	61.59	61.63	59.02	+ 2.61	1.44	1.894	0.497
77.37	— 0.10	77.27	— 0.30	+ 0.02	61.51	61.53	60.17	+ 1.36	1.20	1.423	0.460
73.57	— 0.07	73.50	— 0.12	— 0.01	64.31	64.32	62.93	+ 1.39	1.20	1.100	0.450
70.66	— 0.06	70.60	+ 0.11	+ 0.01	63.36	63.35	63.37	— 0.02	0.93	0.942	0.403
66.88	— 0.05	66.83	+ 0.24	+ 0.02	63.75	63.73	65.89	— 2.16	0.51	0.794	0.553
63.31	— 0.04	63.27	—	—	64.69	64.69	66.17	— 1.48	0.64	0.691	0.426
59.30	— 0.04	59.26	—	—	65.54	65.54	66.72	— 1.18	0.70	0.612	0.348
48.0	—	48.0	—	—	63.27	63.27	66.70	— 3.43	0.26	0.466	0.599
43.5	—	43.5	—	—	64.54	64.54	65.45	— 0.91	0.75	0.431	0.201
39.7	—	39.7	—	—	64.42	64.42	65.57	— 1.15	0.70	0.406	0.204
35.7	—	35.7	—	—	65.56	65.56	67.05	— 1.49	0.64	0.385	0.216

Per Agosto 22, $z_C = 25°.5$ risulterebbe un valore di p maggior d'1 cioè una luminosità maggiore per Catania, che per l'Etna, ciò che naturalmente non è ammissibile per condizioni normali dell'atmosfera. Non venne pertanto ricavato alcun valore di p da questa coppia di osservazioni. E invero dai valori O — C relativi alle osservazioni fatte all'Etna (tabella a pag. 44) appare che l'ultima osservazione del giorno Agosto 22 dovrebbe venir scartata, ammontando per questa l'O — C a quasi mezza grandezza. La causa può ricercarsi o nell'intenso sviluppo di fumo dal cratere centrale, di che è fatta menzione a pag. 234 della Memoria di M. e K., ovvero nella stanchezza dell'osservatore, essendo questa appunto l'ultima osservazione della serata.

5. Ponendo ora a fronte in un unico quadro i valori del coefficiente di trasmissione e le corrispondenti distanze zenitali z_C, poi formando le medie dei dati relativi alle cinque sere, si ottiene il prospetto seguente:

Da $z = 84$ a $z = 60°$.

	z_c	p	z_c	p	z_c	p	z_c	p	z_c	p	z_c	p
1894												
Agosto 20	82°.57	0.505	78°.14	0.345	73°84	0.366	70°.68	0.485	65°.35	0.326	—	—
» 21	81.80	0.624	77.94	0.391	73.05	0.552	—	—	—	—	64°.16	0.481
» 22	81.99	0.678	78.14	0.465	—	—	72.26	0.532	69.10	0.453	64.36	0.673
» 25	84.09	0.549	77.94	0.548	74.46	0.436	71.59	0.366	67.52	0.439	64.29	0.300
	80.43	0.492										
» 26	83.20	0.527	77.37	0.460	73.57	0.450	70.66	0.403	66.88	0.553	63.31	0.426
	80.03	0.497										
Medie	82.02	0.553	77.91	0.442	73.73	0.451	71.30	0.446	67.21	0.443	64.03	0.470

Da $z = 60°$ a $z = 30°$.

	z_c	p	z_c	p	z_c	p	z_c	p	z_c	p	z_c	p
Agosto 20	61.38	0.417	—	—	43.0	0.740	39.4	0.292	—	—	31.1	0.282
» 21	60.59	0.195	55.5	0.251	43.0	0.143	38.7	0.381	35.0	0.203	28.1	0.354
											25.5	0.231
» 22	60.39	0.469	55.3	0.354	43.0	0.325	38.8	0.300	35.0	0.748	31.2	0.560
											28.4	0.234
» 23	60.14	0.217	48.0	0.251	44.4	0.150	40.8	0.180	36.4	0.089	—	—
» 24	59.30	0.348	48.0	0.599	43.5	0.201	39.7	0.204	35.7	0.216	—	—
Medie	60.36	0.329	51.7	0.364	43.4	0.312	39.4	0.271	35.5	0.314	28.9	0.332

6. Oltre alle osservazioni delle stelle di estinzione γ *Pegasi* e γ *Andromedae* ho anche elaborato in modo analogo per le singole sere in questione le osservazioni di stelle zenitali eseguite da M e K per la determinazione diretta dell'assorbimento in direzione verticale. Risultarono i valori seguenti di p:

$z = 0°$.

	p	Num. osservazioni
Agosto 20	0.210	4 gruppi
» 21	0.479	2 »
» 22	0.317	7 »
» 25	0.182	6 »
» 26	0.110	6 »
Media [1]	0.231	25 »

[1] Nel formar la media venne assunto come peso dei singoli valori di p il numero dei gruppi (di 5 stelle), su cui ciascuno riposa.

7. Rappresentando graficamente i risultati ottenuti, e precisamente prendendo come ascisse i valori di z e come ordinate i valori corrispondenti di p, si ottiene la curva seguente.

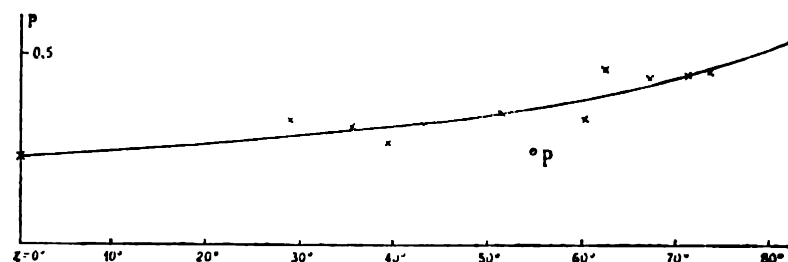


Fig. 4.

È senz'altro manifesto l'andamento saliente della curva col crescere della distanza zenitale. Per $z = 80°$ il coefficiente di trasmissione è quasi esattamente il doppio di quello, che si ottiene per la direzione verticale.

Perchè si possa giudicare poi del grado di sicurezza di tale risultato, aggiungerò che il valore di p corrispondente a $z = 0°$ riposa su 100 coppie di stelle (ognuna puntata quattro volte), mentre i due gruppi di osservazioni da 30° a 60° (incl.) e da 60° a 84° comprendono ognuno 28 coppie (puntate parimente quattro volte ciascuna).

8. Ho elaborato infine, sempre collo stesso procedimento, anche le osservazioni della polare ($z_c = 52°.5$) ottenendo i risultati seguenti:

Polare: $z_c = 52°.5$.

	p	Num. osservazioni
Agosto 20	0.180	9 coppie
» 21	0.254	13 »
» 22	0.364	13 »
» 25	0.259	12 »
» 26	0.212	12 »
Media	0.254	59 »

Anche a questo valore è da attribuire un alto grado di sicurezza. Tuttavia esso non si accorda bene colla curva tracciata sopra. Poichè non mancano ragioni per spiegare questa deviazione, e verranno esposte nella discussione seguente, così non venne tenuto conto di questo valore per il tracciamento della curva.

IV.

Discussione dei risultati d'osservazione.

1. Il risultato principale, che si rileva dai calcoli precedenti, è che la luce incidente con distanza zenitale piuttosto forte viene assorbita assai diversamente da quella, che penetra nell'atmosfera in direzione verticale. Apparentemente l'atmosfera trasmetterebbe in direzione verticale appena la metà di quanto trasmette — a parità di masse d'aria attraversate — in direzioni inclinate di 10° sull'orizzonte. Il risultato è perfettamente conforme alle vedute di Forbes e di Langley, e si spiega, considerando, che un raggio inclinato di 10° sull'orizzonte arriva all'altezza dell'Etna già spogliato delle radiazioni, che rimangono più facilmente assorbite nell'atmosfera, mentre queste sono ancora contenute nei raggi provenienti in direzione verticale; è ben naturale quindi, che pei raggi del primo caso risulti un coefficiente di trasmissione maggiore.

Prima di proceder oltre, bisogna esaminare però, se il risultato ottenuto coi nostri calcoli non potrebbe per avventura spiegarsi con altre circostanze, per esempio col maggior potere assorbente degli strati inferiori dell'atmosfera, perchè si è visto altrove [1], che a tale circostanza appunto sono da attribuire i risultati contraddittorî delle precedenti ricerche. Qui si dimostra ancor meglio la efficacia del nostro procedimento, perchè mentre le ricerche di Langley e di Müller-Kempf, pur conducendo a dimostrare un maggiore assorbimento per gli strati inferiori dell'atmosfera, lasciavano sempre in dubbio, se questo dipendesse dall'estinzione selettiva (Langley) o non piuttosto da un maggior potere assorbente degli strati inferiori (Müller-Kempf), qui risulterà col sussidio della nostra tavola, che delle due ipotesi la prima sola può spiegare il fenomeno, di cui abbiamo dimostrato l'esistenza, mentre la seconda, se mai, tenderebbe a produrre manifestazioni opposte.

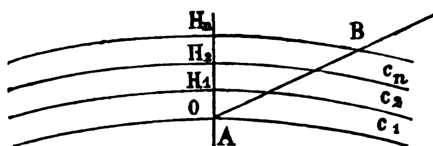


FIG. 5.

2. Si consideri (v. fig. 5) l'atmosfera divisa in un gran numero di strati orizzontali (sferici) sufficientemente sottili, per modo che in ciascuno strato possa riguardarsi come costante il potere assorbente dell'aria. Siano $0, H_1, H_2, \ldots H_n$ le altezze delle superficie di livello limitanti i successivi strati, e indichiamo con $i_0(z), i_1(z), \ldots i_n(z)$ le rispettive intensità luminose, che possiede alle dette altezze un raggio incidente

(1) *Introduzione*, pag. 13.

colla distanza zenitale z (al mare). *Ammettiamo variabile secondo una legge qualunque la successione dei coefficienti di assorbimento dei singoli strati, ma supponiamo, che valga entro ciascuno strato la legge di Bouguer-Pouillet.* Indichiamo in generale con $F(z; H_r, H_{r+1})$ la massa d'aria attraversata fra le altezze H_r, H_{r+1} dal raggio incidente al mare colla distanza zenitale z, massa espressa dall'integrale definito

$$F(z; H_r, H_{r+1}) = C_z \int_{H_r}^{H_{r+1}} \frac{x\,dh}{\sqrt{Z^2 - \epsilon_z(1-x)} + s}$$

e che sappiamo calcolare mediante la nostra tavola I. Allora entro ciascuno strato $H_r - H_{r+1}$ varrà con *uno speciale valore del coefficiente di assorbimento* c_r la formola (di Pouillet)

$$i_r = i_{r+1}\, e^{-c_r F(z; H_r, H_{r+1})}$$

Scrivendo questa equazione per $r = 0, 1, \ldots n$, ed eliminando le $i_1, i_2, \ldots i_{n-1}$, otteniamo subito

$$i_0(z) = i_n(z)\, e^{-[c_1 F(z, H_1) + c_2 F(z; H_1, H_2) + \cdots + c_n F(z; H_{n-1}, H_n)]}$$

ovvero

$$i_0(z) = i_n(z)\, p_1^{F(z, H_1)} \cdot p_2^{F(z; H_1, H_2)} \ldots p_n^{F(z; H_{n-1}, H_n)},$$

avendo indicato con $p_1 = e^{-c_1}, p_2 = e^{-c_2}, \ldots p_n = e^{-c_n}$ i coefficienti di trasmissione (per un'atmosfera) corrispondenti ai singoli strati [1].

Se ora dalle due intensità luminose $i_0(z), i_n(z)$ corrispondenti agli estremi della traiettoria considerata ricaviamo un solo cofficiente di trasmissione medio P, mediante la formola

$$i_0(z) = i_n(z)\, P^{F(z, H_n)}$$

(dove $F(z, H_n)$ denota la massa d'aria attraversata nel percorso complessivo AB) si avrà fra P e le $p_1, p_2, \ldots p_n$ la equazione

$$P^{F(z, H_n)} = p_1^{F(z, H_1)}\, p_2^{F(z; H_1, H_2)} \ldots p_n^{F(z; H_{n-1}, H_n)}. \tag{22}$$

Dalla (22) appare che il coefficiente di trasmissione P determinato dalle singole coppie di osservazioni estrazenitali $i_0(z)$ e $i_n(z)$, deve risultare effettivamente una certa funzione $P(z)$ della z, quando il potere assorbente specifico dell'aria varî coll'altezza. Dunque anche la circostanza della variabilità di questo potere assorbente potrà dar luogo ad un andamento simile a quello da noi ottenuto come risultato d'osservazione nel capitolo precedente, e la questione si riduce a vedere, se questo andamento sia in egual senso, o possa essere egualmente rilevante.

[1] L'esponente relativo a p_1 dovrebbe scriversi in analogia con gli altri $F(z; 0, H_1)$, ma è manifestamente $F(z; 0, H_1) = F(z, H_1)$.

Ma è facile riconoscere, che questo non può mai avvenire, con valori ammissibili per le $c_1, c_2, \ldots c_n$. L'equazione (22) tradotta nelle $c_1, c_2, \ldots c_n$ fornisce infatti, se $-C(z)$ è il logaritmo di $P(z)$ (base e),

$$C(z) = \frac{c_1 F(z, H_1) + c_2 F(z; H_1, H_2) + \cdots + c_n F(z; H_{n-1}, H_n)}{F(z, H_n)}. \tag{23}$$

Ora è senz'altro manifesto da una semplice ispezione della nostra tavola I, che le $F(z, H_1), F(z; H_1, H_2), \ldots F(z; H_{n-1}, H_n)$ *considerate come funzioni di* z hanno tutte un andamento *quasi* identico; un andamento analogo avrà dunque anche una loro combinazione lineare qualunque, come è quella, che figura nel numeratore. D'altra parte anche $F(z, H_n)$ può riguardarsi come una tale combinazione lineare, poichè è manifestamente

$$F(z, H_n) = F(z, H_1) + F(z; H_1, H_2) + \cdots + F(z; H_{n-1}, H_n).$$

Si conclude, che $C(z)$ è bensì funzione di z, ma esprimendosi come quoziente di due tali funzioni, che hanno adamento quasi identico rispetto alla variabile z, la $C(z)$ e quindi la $P(z)$ non mostrerà che un leggerissimo andamento rispetto a questa variabile, non certo un andamento come quello da noi ottenuto alla fine del capitolo precedente, secondo il quale il valore di P per $z = 80°$ è circa il doppio del valore analogo per $z = 0°$.

Poichè la dimostrazione da noi fatta riposa in parte su considerazioni funzionali intuitive, non sarà inutile dimostrare più rigorosamente, che è impossibile con una serie di valori ammissibili per le c_i, ottenere che risulti, conforme ai risultati del capitolo precedente

$$P(0°) = 0.231 \qquad P(80°) = 0.500$$

cioè prossimamente

$$P(80°) = 2\,P(0°).$$

Questa equazione infatti, ponendo per $P(80°), P(0°)$ le loro espressioni

$$P(0°) = e^{-C(0°)} \qquad P(80°) = e^{-C(80°)},$$

fornisce

$$e^{-C(80°)} = 2e^{-C(0°)} = e^{0.69315 - C(0°)}$$

essendo 0.69315 il logaritmo di 2 (base e). Ne consegue fra le $C(80°)$ e $C(0°)$ l'equazione

$$C(0°) - C(80°) = 0.69315.$$

Sostituiamo ora in questa equazione, in luogo delle $C(0°), C(80°)$ le loro espressioni secondo la (23). Si ottiene:

$$\begin{aligned} &c_1 \left\{ \frac{F(0°, H_1)}{F(0°, H_n)} - \frac{F(80°, H_1)}{F(80°, H_n)} \right\} + c_2 \left\{ \frac{F(0°; H_1, H_2)}{F(0°, H_n)} - \frac{F(80°; H_1, H_2)}{F(80°, H_n)} \right\} + \cdots \\ &\cdots + c_n \left\{ \frac{F(0°; H_{n-1}, H_n)}{F(0°, H_n)} - \frac{F(80°; H_{n-1}, H_n)}{F(80°, H_n)} \right\} = 0.69315. \end{aligned} \tag{24}$$

Per fissar le idee poniamo $n = 6$ e

$$H_1 = 500^m, H_2 = 1000^m, H_3 = 1500^m, \ldots H_6 = 3000^m.$$

La tavola I ci fornisce subito i valori delle espressioni, che figurano nella equazione precedente; soltanto, siccome le differenze, che si devono calcolare, sono assai piccole, le tre cifre decimali date dalla detta tavola sarebbero insufficienti per ottenere le differenze stesse con una certa precisione. Come venne però avvertito nel Cap. 2° (pag. 31), le quadrature numeriche vennero eseguite con 5 cifre decimali. Prendendo dunque i valori originali, anzichè quelli arrotondati della tavola, si trova

$F(0°, H_1)$	$= 0.060871$	$F(80°, H_1)$	$= 0.35020$
$F(0°; H_1, H_2)$	$= 0.057800$	$F(80°; H_1, H_2)$	$= 0.33184$
$F(0°; H_2, H_3)$	$= 0.054850$	$F(80°; H_2, H_3)$	$= 0.31427$
$F(0°; H_3, H_4)$	$= 0.052020$	$F(80°; H_3, H_4)$	$= 0,29744$
$F(0°; H_4, H_5)$	$= 0.049304$	$F(80°; H_4, H_5)$	$= 0.28133$
$F(0°, H_5, H_6)$	$= 0.046701$	$F(80°; H_5, H_6)$	$= 0.26592$
$F(0°, H_6)$	$= 0.321546$	$F(80°, H_6)$	$= 1.84100$

Introducendo questi valori numerici nella (24), questa prende la forma seguente

$$-0.00092\,c_1 - 0.00049\,c_2 - 0.00013\,c_3 + 0.00021\,c_4 + 0.00052\,c_5 + 0.00080\,c_6$$
$$= 0.69315\,.$$

Si noterà subito, che la somma algebrica dei coefficienti delle c è pressochè nulla (— 0.00001). Questa circostanza unita all'altra, che i coefficienti stessi sono assai piccoli rispetto al termine noto del secondo membro, mostra che occorrerebbero valori grandissimi di qualcuna delle c per poter soddisfare a questa equazione. In ogni caso una delle c a coefficiente positivo, vale a dire o la c_4, o la c_5, o la c_6 dovrebbe essere notevolmente maggiore delle c_1, c_2, c_3, e ricordando che le c esprimono coefficienti di assorbimento, si conclude che, per soddisfare ai risultati del Cap. precedente *con sole ipotesi circa la variazione del potere assorbente coll'altezza*, bisognerebbe ammettere *per uno strato al disopra di 1500*^{m} un potere assorbente molto maggiore che per gli strati inferiori, anzi addirittura un potere assorbente ***infinitamente maggiore*** che per gli altri strati. Se infatti per semplificare la considerazione poniamo $c_1 = c_2 = c_3$, $c_4 = c_5 = c_6$, avremo per le c_1, c_4 la equazione

$$0.00153\,c_4 = 0.00154\,c_1 + 0.69315\,,$$

cioè molto prossimamente

$$c_4 = c_1 + \frac{0.69315}{0.00153} = c_1 + 453\,,$$

e ricordando che e^{-c_4}, e^{-c_1} rappresentano i coefficienti di trasmissione p_4, p_1 risulterebbe per questi la equazione

$$p_4 = \frac{p_1}{e^{453}}\,,$$

che praticamente significa $p_4 = 0$, cioè trasparenza nulla per uno strato al disopra

di 1500m. Ora questo è talmente contrario ai risultati della esperienza quotidiana, che possiamo legittimamente conchiuderne:

I risultati ottenuti mediante la nostra riduzione dalle osservazioni di Müller-Kempf non possono in alcun modo spiegarsi colla semplice ipotesi della variabilità del potere assorbente dell'aria coll'altezza.

3. Nel discutere i risultati delle loro osservazioni, Müller e Kempf ricorsero, per eliminare le contraddizioni, di cui abbiamo fatto cenno a suo luogo [1], alla ipotesi di uno strato inferiore di forma particolare, dotato di un forte potere assorbente. Precisamente essi ammisero l'esistenza di una specie di nuvola tondeggiante, che si estendesse limitatamente (circa 2500m) dalla parte del mare; e riuscirono effettivamente a ristabilire un accordo tollerabile fra i varî coefficienti di trasmissione da loro ottenuti mediante le ipotesi seguenti:

altezza H dello strato sferico	600m
raggio r » » »	5500m
coeffic. di trasmiss. dello strato sferico	0.010 [2]
coeffic. di trasmiss. degli strati superiori . . .	0.835.

È senza dubbio interessante vedere, se con una siffatta ipotesi potesse per avventura spiegarsi il fenomeno, di cui abbiamo dimostrato l'esistenza nel precedente capitolo.

Indichiamo con r il raggio della superficie limite dello strato sferico, con H l'altezza del medesimo strato al disopra del luogo di osservazione O, con z la distanza zenitale del raggio, che si considera, con z_1 l'angolo $\widehat{OCD}$. Come mostra la fig. 6, si suppone per semplicità, che il punto culminante della callotta sferica si trovi precisamente sulla verticale del luogo d'osservazione.

Dal triangolo COD si ha subito

$$\sin(z - z_1) = \left(1 - \frac{H}{r}\right) \sin z$$

$$OD = r \frac{\sin z_1}{\sin z}.$$

Se si conduce poi da D la perpendicolare DF a CO, e si indica con h_z l'altezza CF

(1) *Introduzione*, pag. 13.

(2) M. e K. non comunicano direttamente questo valore, ma soltanto il coefficiente di trasmissione p_2 per un metro d'aria. Noi diamo invece per omogeneità il valore del coefficiente di trasmissione corrispondente per un'atmosfera. È facile il passaggio dal primo al secondo, che indicheremo con P; basta determinare P dalla equazione

$$P = p_2^{\lambda_0},$$

dove λ_0 indica l'altezza in metri dell'atmosfera ridotta omogenea, cioè secondo i nostri calcoli (pag. 26) 8010m.9. In tal modo venne ottenuto il valore 0.010 da noi dato sopra, come corrispondente a $p_2 = 9.9997510$, medio dei 5 valori ottenuti da Müller e Kempf per agosto 20, 21. 22, 25, 26 (v. Tabella a pag. 58 della Memoria citata di M. e K.).

del punto D, nel quale il raggio luminoso penetra nello strato più assorbente, si avrà subito

$$h_z = \text{OD} \cos z = r \sin z_1 \operatorname{cotg} z .$$

Allora la massa d'aria attraversata dal raggio in questione nello strato più assorbente è espressa secondo le nostre notazioni da $F(z; h_z)$; la massa d'aria attraversata fra la superficie limite di detto strato e la superficie di livello EE corrispondente all'altezza H_E dell'Etna sarà espressa invece da $F(z; h_z, H_E)$; le masse analoghe per raggi verticali saranno infine $F(0°; H)$, $F(0°; H, H_E)$.

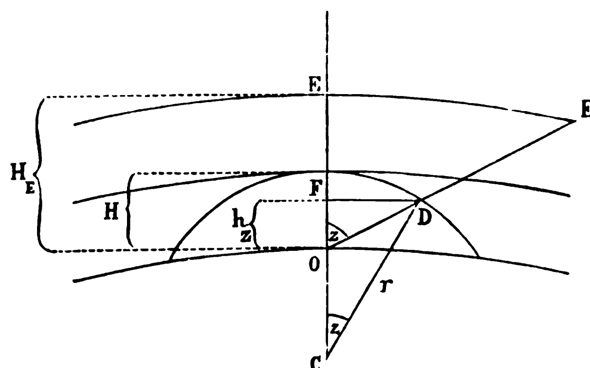


Fig. 6.

Sia c_1 il coefficiente di assorbimento dello strato sferico inferiore, c_2 quello degli strati superiori fino all'altezza dell'Etna. Per semplificare i calcoli, supporremo che $-c_1$, $-c_2$ siano i logaritmi ordinarî a base 10 di p_1, p_2 (coefficienti di trasmissione dei due strati) anzichè i logaritmi naturali come abbiamo supposto nella trattazione precedente. Siano infine $C(0°)$ e $C(z)$ i valori del coefficiente *medio* di assorbimento ricavati dalle osservazioni simultanee nelle due stazioni, per le distanze zenitali 0° e z. Colle stesse considerazioni fatte sopra si avranno due equazioni analoghe alla (23), della forma

$$(25) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{F(0°, H)}{F(0°, H_E)} c_1 + \frac{F(0°; H, H_E)}{F(0°, H_E)} c_2 &= C(0°) \\ \frac{F(z, h_z)}{F(z, H_E)} c_1 + \frac{F(z; h_z, H_E)}{F(z, H_E)} c_2 &= C(z). \end{aligned} \right.$$

I valori numerici dei coefficienti del secondo membro ci sono dati dalle riduzioni del capitolo precedente, e hanno il valore di risultati di osservazione. Si è trovato per $z = 0°$ e $z = 80°$ rispettivamente $P = 0.231$, $P = 0.500$, epperò

$$C(0°) = -\log_{10} P(0°) = 0.63639$$
$$C(80°) = -\log_{10} P(80°) = 0.30103.$$

Calcolando per una serie di valori di r e H i valori corrispondenti di h_z (per $z = 80°$),

indi le $F(z, h_z)$, $F(z; h_z, H_E)$, $F(0°, H)$ ecc.; risolvendo poi il sistema (25) rispetto alle c_1, c_2, e passando infine dai logaritmi ai numeri, cioè ai coefficienti di trasmissione p_1, p_2, si ottengono i risultati seguenti:

$H_E = 3000^m$ $F(0°, H_E) = 0.32155$ $F(z, H_E) = 1.84100$ $(z = 80°)$

r	5500^m	5500^m	5500^m	5500^m	5500^m	10000^m	2000^m	1000^m
H	600	700	800	900	1000	1000	1000	1000
h_z	311	343	374	403	430	535	272	174
$F(0°, H)$	0.07268	0.08435	0.09591	0.10735	0.11868	0.11868	0.11868	0.11868
$F(0°; H, H_E)$	0.24887	0.23719	0.22564	0.21420	0.20287	0.20287	0.20287	0.20287
$F(z, h_z)$	0.12244	0.24260	0.26425	0.28367	0.30226	0.37251	0.19293	0.12244
$F(z; h_z, H_E)$	1.69856	1.59840	1.57675	1.55733	1.53874	1.46849	1.64807	1.69856
p_1	. .	. .	. .	0.01	0.02	. .	0.04	0.05
p_2	>1	>1	>1	0.96	0.92	>1	0.68	0.61

Per spiegare colla ipotesi di M. e K. (senza ricorrere alla estinzione selettiva) i risultati delle osservazioni, bisogna portare, come si vede, l'altezza dello strato di maggiore assorbimento a 900^m almeno, poichè con $r = 5500^m$ e $H = 600$, 700 e 800^m risulterebbe per gli strati superiori un coefficiente di trasmissione maggiore dell'unità, ciò che non ha senso. D'altra parte anche valori come 0.96, 0.92 sono assai poco probabili, poichè è ben certo, che il valore 0.835 ammesso da Müller e Kempf per l'assorbimento di tutta l'atmosfera (in condizioni normali) rappresenta già esso un limite superiore. Per giungere a valori ammissibili bisogna dunque impiccolire notevolmente il raggio della callotta sferica, pur mantenendone l'altezza attorno a 1000^m. Ora una tale costituzione non è affatto naturale, mentre naturalissima è la spiegazione del fenomeno da noi posto in luce $(P(80°) = 2\,P(0°))$, se se ne cerca la causa nella estinzione selettiva.

4. Le osservazioni della polare ci hanno condotto al valore 0.254 per il coefficiente di trasmissione dello strato Catania-Etna nella direzione della polare. Ora la curva di ragguaglio dei coefficienti di trasmissione ottenuti dalle altre coppie di stelle fornisce per $z = 52°.5$ (distanza zenitale apparente della polare per Catania) il coefficiente di trasmissione 0.37. La differenza è ben rilevante. D'altra parte, che la estinzione subisca variazioni in azimut oltrechè in distanza zenitale è in molti casi ben probabile; nel caso attuale poi il fenomeno trova la sua naturale spiegazione nella circostanza, che i raggi della polare traversano lo strato Catania-Etna lungo un percorso, la cui proiezione cade tutta entro terra, mentre le stelle di estinzione vennero tutte osservate dal sorgere fino allo Zenit, epperò dalla parte del mare, dove è naturale attendersi una minore estinzione. Tenendo conto ora, che il cratere centrale dell'Etna si trova quasi esattamente a Nord dell'Osservatorio Etneo, mentre dista di circa 7 km. dal meridiano di Catania, si può trarre dal citato fenomeno argomento a conchiudere, che l'attività del cratere non alterò menomamente durante

le osservazioni di Müller e Kempf la trasparenza dell'aria, poichè in caso contrario avrebbero dovuto risentirne essenzialmente le osservazioni della polare istituite nella stazione superiore, e dal confronto di queste osservazioni con quelle di Catania sarebbe risultato un valore più forte, che dalle altre stelle con uguale D. Z., per il coefficiente di trasmissione, mentre, come si è visto, accade precisamente il contrario.

5. L'aspetto della curva rappresentativa dei coefficienti di trasmissione cambia notevolmente, se si prendono come ascisse, anzichè le distanze zenitali, le masse d'aria traversate dai raggi alle varie distanze zenitali per giungere fino all'altezza dell' Etna. La diversità di tali masse porta, secondo la teoria dell'assorbimento selettivo, una diversa composizione e quindi una diversa attitudine a rimanere assorbito per un medesimo raggio luminoso considerato sotto diverse distanze zenitali. Molto istruttivo può riuscire dunque l'ordinare i valori del coefficiente di trasmissione rispetto alle masse d'aria attraversate; soltanto questo raffronto anzi potrà dare un' idea circa la quantità di luce, che può rimanere assorbita negli strati superiori dell'atmosfera.

Secondo le nostre notazioni la massa d'aria attraversata da un raggio incidente colla distanza zenitale z (al mare) fra la superficie di livello di altezza H e il limite dell'atmosfera è espressa da

$$M = F(z) - F(z, H)$$

avendosi $F(z)$ dalla tavola V ed $F(z, H)$ (fino ad $H = 50000^m$) dalla tavola I.

Calcolando nel modo indicato le dette masse per le distanze zenitali 0°, 20°, 40°, 60°, 70°, 75°, 80° e per l'altezza H_E dell' Etna (tavola a pag. 103), ponendo infine a fronte delle singole masse i corrispondenti valori del coefficiente di trasmissione ricavati dalla curva a pag. 50 si ottengono i valori e la curva seguenti:

z	0°	20°	40°	60°	70°	75°	80°
$F(z)$	1.000	1.061	1.301	1.994	2.904	3.816	5.600
$F(z)$	0.313	0.332	0.408	0.625	0.912	1.204	1.889
M	0.687	0.729	0.893	1.369	1.992	2.612	3.711
p	0.23	0.28	0.31	0.39	0.43	0.48	0.50

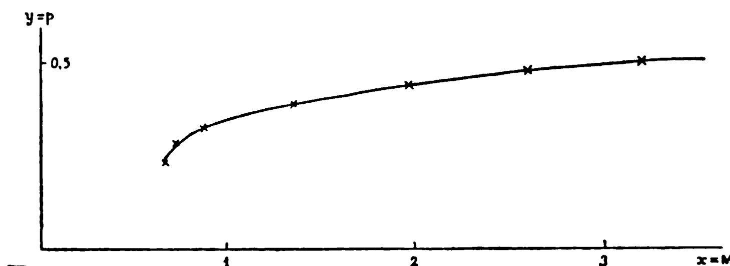


Fig. 7.

Come chiaro appare dalla curva, il coefficiente di trasmissione aumenta dapprimo assai rapidamente coll'aumentare della massa d'aria precedentemente attraversata; per masse piuttosto rilevanti però la proporzione dell'aumento si attenua sempre più, mostrando, che p tende ad un valore limite finito col crescere anche indefinito di M.

Infatti il valore di p non può certo crescere oltre quel valore finito di P, che rappresenta il coefficiente di trasmissione delle radiazioni semplici più resistenti, per dir così, all'assorbimento atmosferico. Si può stabilire dunque a priori, che la curva, col crescere indefinito della massa d'aria traversata, deve tendere assintoticamente ad una retta parallela all'asse delle x.

Non può asserirsi lo stesso per l'altra curva I, perchè per questa l'ascissa z non può procedere in ogni caso che poco oltre 90°; questa curva volge poi manifestamente la sua convessità verso l'asse x, mentre la curva attuale II si mostra concava rispetto a questo asse.

Lo studio della curva II dalla parte del ramo indefinito non presenta interesse, se non in quanto si tratti di determinare il valore limite del coefficiente di trasmissione. Assai più interessante è lo studio della curva dall'altro lato. Qui vediamo, che un aumento anche piccolo della massa d'aria fa aumentare notevolmente il coefficiente di trasmissione, altera quindi assai la composizione dei raggi. Questo indica chiaramente, che una notevole quantità della energia luminosa primitiva deve rimanere assorbita negli strati più alti dell'atmosfera, risultato del tutto conforme alle vedute di Langley.

Il maggior potere assorbente degli strati inferiori dell'atmosfera non può, per quanto si è visto ai nn. 2 e 3, produrre le manifestazioni da noi rilevate, e che noi riteniamo ormai come dovute all'azione dell'assorbimento selettivo. Le considerazioni funzionali svolte a pag. 53 lasciano anzi apparire, chè la prima circostanza mentre si palesa nel modo più sensibile, fino a distruggere le manifestazioni dell'assorbimento selettivo, nel confronto delle luminosità apparenti *di sole stelle zenitali* da diverse stazioni (pag. 13), non può avere influenza sensibile, *nè conforme, nè contraria* a quella dell'assorbimento selettivo, quando si confrontano i coefficienti di trasmissione ottenuti per un medesimo strato da osservazioni simultanee istituite in due stazioni per le medesime stelle *a diverse distanze zenitali.* Così la nostra riduzione delle osservazioni di Müller-Kempf, mentre pone in luce per la prima volta in modo indubbio tutta la portata del fenomeno dell'assorbimento selettivo dell'atmosfera, mostra in pari tempo, che il procedimento da noi seguito di confrontare insieme colle zenitali le singole coppie di osservazioni estrazenitali è anche il più adatto allo studio del fenomeno stesso.

Non è però dubbio, che la questione dell'assorbimento atmosferico, se entra oggi — come osiamo sperare — in una nuova fase, è ancora ben lontana dalla soluzione definitiva. Noi abbiamo potuto porre in luce un fatto fin qui solo sospettato, da molti e dai più illustri pertinacemente negato, abbiamo potuto dare procedimenti e mezzi ausiliarî nuovi per lo studio di queste manifestazioni, ma quanto a risalire dai fenomeni osservati all'importo complessivo dell'assorbimento atmosferico, il passo è troppo arduo per poterlo per adesso anche solo tentare. Il materiale da noi esaminato comprende appena cinque sere di osservazioni, e occorrerebbero invece degli anni per poter formulare risultati, che aspirino ad una certa generalità. Si consideri ancora, che i dati da noi ottenuti riguardano una porzione relativamente piccola (circa $\frac{1}{3}$) della intera massa atmosferica. Per risalire da questa all'assorbimento di tutta l'atmosfera bisogna necessariamente *estrapolare*, e perchè l'estrapo-

lazione non sia affatto illusoria, bisogna almeno possedere dati relativi a varî strati atmosferici, cioè ripetere simili determinazioni in una stessa località a varie altezze sul livello del mare.

Per ora si può solo asserire, che, per effetto del fenomeno da noi posto in luce, perdono molto del loro valore tutte o quasi tutte le determinazioni fin qui fatte dell'ammontare dell'assorbimento atmosferico, e che questo è da ritenere sensibilmente superiore al 20 %, senza che si possa precisare per adesso, di quanto. La risposta su questo punto non potrà venir data che da estese, continuate osservazioni simultanee, svolte colla precisione, che seppero raggiungere Müller e Kempf, ridotte colle formole rigorose, che vennero qui ottenute. A noi basti per ora l'aver dato queste formole e i mezzi necessarî per applicarle.

APPENDICE.

Mentre il presente lavoro era in corso di stampa, potei fare varie applicazioni della teoria e delle tavole numeriche qui comunicate, sulle quali applicazioni credo opportuno far seguire qui qualche cenno.

Anzitutto ho calcolato delle tavole ausiliarie (1) per future esperienze fra gli Osservatorî di Catania e dell'Etna sul genere di quelle di Müller e Kempf qui discusse. Queste tavole differiscono dalle analoghe I_E, II_E qui adoperate, in ciò che venne tenuto più stretto conto delle altitudini precise dei due Osservatorî, e vennero poi calcolati i valori effettivi degli spessori atmosferici corrispondenti a varie temperature (0°, 10°, 20°, 30°) in luogo di comunicare, come qui vien fatto, i soli coefficienti *a* e *b* della formola di rettificazione per la temperatura.

In una nota successiva (2) ho mostrato, come le tavole qui comunicate siano immediatamente applicabili alla riduzione rigorosa delle determinazioni dell'assorbimento atmosferico fondate sulla osservazione fotometrica di nevai alpini (secondo il metodo ideato dal chiar.mo prof. Oddone) e ne ho fatto l'applicazione effettiva, comunicando le tavole relative ai tre nevai del M. Grigna settentr., del M. Penice e del M. Veissmies (luogo d'osservazione Pavia). È fondata la speranza, che interessanti risultati possano ricavarsi dalla ripresa di tali esperienze.

In un ultimo lavoro, non ancora pubblicato, applico il metodo qui proposto e le annesse tavole numeriche alle recenti osservazioni attinometriche del prof. K. Ångström all'isola di Teneriffa, e ne traggo i seguenti interessanti risultati:

(1) A. Bemporad, *Tavole ausiliarie per esperienze sull'assorbimento atmosferico fra l'Osservatorio astrofisico di Catania e l'Osservatorio Etneo.* Memorie della Soc. degli Spettrosc. ital. XXIII, 1904, p. 213.

(2) A. Bemporad, *Sulle determinazioni dell'assorbimento atmosferico mediante osservazioni fotometriche di nevai alpini dall'Osservatorio geofisico di Pavia,* Memorie del R. Istit. lomb. di sc. e lett. Cl. di sc. matem. e natur. Vol. XX, XI della serie III, 1905.

1°. Si conferma pienamente anche per le radiazioni calorifiche, ossia meno rifrangibili, dello spettro l'azione notevolissima dell'assorbimento selettivo con parvenze affatto analoghe a quelle qui ottenute dalla osservazione delle intensità luminose degli astri.

2°. Si acquista per la prima volta una chiara idea del modo e della rapidità del decrescimento del potere assorbente dell'aria coll'altezza, e precisamente si stabilisce la seguente singolare relazione, che, *considerando a varie altezze sul livello del mare (da 0^m a 3500^m) raggi, che abbiano precedentemente attraversato eguali masse d'aria — i quali raggi è lecito considerare come quasi egualmente composti — il coefficiente di assorbimento per questi raggi è molto prossimamente proporzionale alla quarta potenza della densità dell'aria alle varie altezze.*

In altri termini vale molto prossimamente entro i detti limiti e per i detti raggi la formola

$$Q = Q' e^{-cM},$$

dove Q e Q' indicano rispettivamente la intensità residua e la intensità iniziale dei raggi, che attraversano la massa d'aria M, e il coefficiente di assorbimento c ha l'espressione

$$c = kx^4,$$

x indicando la densità dell'aria e k una quantità, che dipende solo dallo spessore d'aria precedentemente attraversato dai raggi, che si considerano. La relazione proposta presenta singolari analogie, forse non casuali, colla legge termodinamica detta di Stephan (1) e colla legge di diffusione di Lord Rayleigh (2), ma non occorre aggiungere, che la relazione stessa venne da noi stabilita del tutto indipendentemente dalle citate leggi.

(1) V. *Rapports présentés au Congrès international de Physique*, Paris, 1900, p. 61.
(2) V. *Philos. Magaz.*, vol. XLI, p. 107.

TAVOLA I

Valori delle masse d'aria F(*z*, H) attraversate dai raggi luminosi fra il mare e varie altezze (H) fino a 5000^m, per distanze zenitali (*z*) da 0° a 89°, essendo valutata come 1 la massa di una

H / *z*	250^m	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500
0°	0,031	0,061	0,090	0,119	0,146	0,173	0,200	0,226	0,250	0,275
10	0,031	0,062	0,092	0,121	0,149	0,176	0,203	0,229	0,254	0,279
11	0,032	0,062	0,092	0,121	0,149	0,177	0,204	0,230	0,255	0,280
12	0,032	0,062	0,092	0,121	0.150	0,177	0.204	0,230	0.256	0,281
13	0,032	0,063	0,092	0,122	0,150	0,178	0,205	0,231	0,257	0,282
14	0,032	0,063	0,093	0,122	0,151	0,179	0.206	0.232	0,258	0,283
15	0,032	0,063	0,093	0,123	0,152	0,180	0,207	0,233	0,259	0,284
16	0,032	0,063	0,094	0,123	0,152	0,180	0,208	0,234	0,261	0,286
17	0,032	0,064	0,094	0,124	0,153	0,181	0,209	0,236	0,262	0,287
18	0,033	0,064	0,095	0,125	0,154	0,182	0,210	0,237	0,263	0,289
19	0,033	0,064	0,095	0,125	0.155	0.183	0,211	0,238	0,265	0,291
20	0,033	0,065	0,096	0,126	0,156	0,185	0,213	0,240	0,267	0,293
21	0,033	0,065	0,096	0,127	0,157	0,186	0,214	0,241	0,268	0,294
22	0,033	0,066	0,097	0,128	0,158	0.187	0,216	0,243	0,270	0,296
23	0,034	0.066	0,098	0,129	0,159	0,188	0,217	0,215	0,272	0,298
24	0,034	0,067	0,099	0.130	0,160	0,190	0,219	0,247	0,274	0,300
25	0,034	0,067	0,099	0,131	0,162	0,191	0,221	0,249	0,276	0,302
26	0,034	0,068	0,100	0,132	0,163	0,193	0,223	0,251	0,279	0,305
27	0,035	0,069	0,101	0,133	0,164	0,195	0,225	0,253	0,281	0,308
28	0,035	0,069	0,102	0,134	0,166	0.197	0.227	0,255	0,284	0,311
29	0,035	0,070	0,103	0,135	0,167	0.198	0,229	0,257	0,286	0,314
30	0,036	0,070	0,104	0,137	0,169	0,200	0,231	0,260	0,289	0,317
31	0.036	0,071	0,105	0,138	0.171	0,202	0.233	0,263	0,292	0,320
32	0,037	0,072	0,106	0,140	0,173	0.205	0,236	0,266	0,295	0,324
33	0,037	0,073	0.107	0,141	0,175	0,207	0,238	0,269	0,298	0,327
34	0,037	0,074	0,109	0,143	0,177	0.209	0,241	0,272	0,302	0,331
35	0,038	0,074	0,110	0,144	0.179	0,212	0,244	0,275	0,306	0.335
36	0,038	0,075	0,111	0,146	0,181	0,214	0,247	0,279	0,310	0,339
37	0,039	0,076	0,113	0,148	0,183	0,217	0,250	0,282	0,314	0,343
38	0,039	0,077	0,114	0,150	0,186	0.220	0,254	0.286	0,318	0,348
39	0,040	0,078	0,116	0,153	0,188	0,223	0,257	0,290	0,322	0,353
40	0,040	0,079	0,118	0,155	0,191	0,226	0,261	0.294	0,327	0,359
41	0.041	0,080	0,119	0,157	0,194	0,229	0,265	0,298	0,332	0,364
42	0,042	0,082	0,121	0,159	0,197	0,233	0,269	0,303	0,337	0,369
43	0,042	0,083	0,123	0.162	0,200	0,237	0,273	0.308	0,342	0,375
44	0,043	0,085	0,125	0,165	0.201	0,241	0,278	0,313	0,348	0,382
45	0,044	0,086	0,127	0,168	0,207	0,245	0,283	0,318	0,354	0,388
46	0,045	0,088	0,130	0,171	0,211	0,250	0,288	0,324	0,361	0,395
47	0,045	0,089	0,132	0,174	0,215	0.251	0,293	0,330	0,367	0,402
48	0,046	0,091	0,135	0,177	0,219	0.259	0,299	0,337	0,374	0,410
49	0,047	0.093	0,137	0,181	0,223	0,264	0,305	0,344	0,382	0,418
50	0,048	0,095	0,140	0,185	0,228	0,270	0,311	0,351	0,390	0,427
51	0,049	0,097	0,143	0,189	0,233	0.276	0,318	0,358	0,398	0,436
52	0,050	0.099	1.146	0,193	0.238	0,282	0,325	0,366	0,407	0,446
53	0,052	0,102	0,149	0,197	0.243	0,288	0,332	0,374	0,416	0,456
54	0,053	0,104	0,153	0,202	0,249	0,295	0,340	0,383	0,426	0,467
55	0,054	0,107	0,157	0,207	0.255	0,302	0,349	0,393	0,437	0,479

atmosfera (massa d'aria contenuta in una colonna verticale di sezione 1 estesa dal mare fino al limite dell'atmosfera, sotto la latitudine di 45°, in condizioni normali — 0° e 760mm — di temperatura e pressione).

H / z	2750m	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	4750	5000
0°	0,298	0,321	0,344	0,366	0,387	0,408	0,428	0,447	0,466	0,484
10	0,302	0,325	0,349	0,371	0,393	0,414	0,434	0,454	0,473	0,492
11	0,303	0,326	0,350	0,372	0,394	0,415	0,435	0,456	0,475	0,494
12	0,304	0,328	0,351	0,374	0,395	0,417	0,437	0,458	0,477	0,496
13	0,306	0,329	0,352	0,375	0,396	0,418	0,439	0,459	0,479	0,498
14	0,307	0,330	0,354	0,377	0,398	0,420	0,441	0,461	0,481	0,500
15	0,308	0,332	0,355	0,378	0,400	0,422	0,443	0,463	0,483	0,502
16	0,310	0,333	0,357	0,380	0,402	0,424	0,445	0,465	0,485	0,504
17	0,311	0,335	0,359	0,382	0,404	0,426	0,447	0,467	0,487	0,507
18	0,313	0,337	0,361	0,384	0,406	0,428	0,449	0,470	0,490	0,510
19	0,315	0,339	0,363	0,386	0,409	0,431	0,452	0,473	0,493	0,513
20	0,317	0,341	0,366	0,389	0,412	0,434	0,455	0,476	0,496	0,516
21	0,319	0,343	0,368	0,391	0,415	0,436	0,458	0,479	0,499	0,519
22	0,321	0,346	0,370	0,394	0,418	0.439	0,461	0,482	0,502	0,522
23	0,323	0,348	0,373	0,397	0,421	0,442	0,464	0,485	0,506	0,526
24	0.326	0,351	0,376	0,400	0,424	0,446	0,468	0,489	0,510	0,530
25	0,328	0,354	0,379	0,403	0,427	0,449	0,472	0,493	0,514	0,534
26	0,331	0,357	0,382	0,407	0,430	0,453	0,476	0,497	0,518	0,538
27	0,334	0,360	0,385	0,410	0,434	0,457	0,480	0,501	0,522	0,543
28	0,337	0,363	0,389	0,414	0,438	0,462	0,484	0,506	0,527	0,548
29	0,340	0,366	0,393	0,418	0,442	0,466	0,489	0,511	0,532	0,553
30	0,344	0,370	0,397	0,422	0,447	0,471	0,494	0,516	0,538	0,559
31	0,347	0,374	0,401	0,426	0,452	0,475	0,499	0,521	0,543	0,565
32	0,351	0,378	0,405	0,431	0,457	0,480	0,504	0,527	0,549	0,571
33	0,355	0,382	0,409	0,436	0,462	0,486	0,510	0,533	0,555	0,577
34	0,359	0,387	0,414	0,441	0,467	0,492	0,516	0,539	0,561	0,584
35	0,363	0,391	0,419	0,446	0,472	0,498	0,522	0,545	0,568	0,591
36	0,368	0,396	0,425	0,452	0,478	0,504	0,528	0,552	0,575	0,599
37	0,373	0,401	0,430	0,458	0,484	0,510	0,535	0,559	0,583	0,607
38	0,378	0,407	0,436	0,464	0,490	0,517	0,543	0,567	0,591	0,615
39	0,383	0,413	0,442	0,470	0,497	0,524	0,550	0,575	0,599	0,623
40	0,389	0,419	0,449	0,477	0,505	0,532	0,558	0,584	0,608	0,632
41	0,394	0,425	0,456	0,484	0,512	0,540	0,566	0,593	0,617	0,642
42	0,400	0,432	0,463	0,492	0,520	0,548	0,575	0,602	0,626	0,652
43	0,407	0,439	0,470	0,500	0,528	0,557	0,584	0,612	0,636	0,662
44	0,414	0,446	0,478	0,508	0,537	0,566	0,594	0,622	0,647	0,673
45	0,421	0,454	0,486	0,517	0,546	0,576	0,604	0,633	0,658	0,685
46	0,429	0,462	0,494	0,526	0,556	0,587	0,615	0,644	0,670	0,697
47	0,437	0,470	0,503	0,536	0,567	0,598	0,627	0,656	0,683	0,710
48	0.445	0,479	0,513	0,546	0,578	0,609	0,639	0,668	0,696	0,724
49	0,454	0,489	0,524	0,557	0,590	0,621	0,652	0,681	0,710	0,738
50	0,463	0,499	0,535	0,569	0,602	0,634	0,665	0,695	0,725	0,753
51	0,473	0,510	0,546	0,581	0,615	0,648	0,679	0,709	0,740	0.769
52	0,484	0,521	0,558	0,594	0,628	0,662	0,694	0.725	0,756	0,785
53	0,495	0,533	0.571	0,608	0,643	0,677	0,710	0,742	0,774	0,803
54	0,507	0,546	0,584	0,622	0,658	0,693	0,727	0,760	0,792	0,823
55	0,520	0 560	0,598	0,037	0,674	0,710	0.745	0,779	0,811	0,844

Segue TAVOLA I.

H/z	250ᵐ	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500
55°	0,054	0,107	0,157	0,207	0,255	0,302	0,349	0,393	0,437	0,479
56	0,055	0,109	0,161	0,212	0,262	0,310	0,358	0,403	0,448	0,491
57	0,057	0,112	0,165	0,218	0,269	0,318	0,367	0,414	0,460	0,504
58	0,058	0,115	0,170	0,224	0,276	0,327	0,377	0,426	0,473	0,518
59	0,060	0,118	0,175	0,230	0,284	0,337	0,388	0,438	0,487	0,533
60	0,062	0,122	0,180	0,237	0,293	0,347	0,400	0,451	0,501	0,549
61	0,064	0,126	0,186	0,245	0,302	0,357	0,412	0,465	0,516	0,566
62	0,066	0,130	0,192	0,253	0,312	0,369	0,425	0,480	0,533	0,585
63	0,068	0,134	0,199	0,262	0,322	0,382	0,440	0,496	0,551	0,605
64	0,070	0,139	0,206	0,271	0,334	0,396	0,456	0,514	0,571	0,626
65	0,073	0,144	0,214	0,281	0,346	0,411	0,473	0,533	0,592	0,649
66	0,076	0,150	0,222	0,292	0,360	0,426	0,491	0,554	0,615	0,675
67	0,079	0,156	0,231	0,304	0,375	0,444	0,511	0,577	0,640	0,702
68	0,082	0,162	0,241	0,317	0,391	0,463	0,533	0,601	0,668	0,732
69	0,086	0,169	0,251	0,331	0,409	0,484	0,557	0,629	0,699	0,765
70	0,090	0,178	0,263	0,347	0,428	0,507	0,584	0,659	0,731	0,802
71	0,095	0,187	0,277	0,364	0,449	0,532	0,613	0,692	0,768	0,843
72	0,100	0,197	0,291	0,383	0,474	0,561	0,646	0,729	0,809	0,888
73	0,105	0,208	0,308	0,405	0,500	0,593	0,683	0,770	0,855	0,938
74	0,112	0,221	0,327	0,430	0,531	0,629	0,724	0,817	0,907	0,995
75,0	0,119	0,235	0,348	0,458	0,565	0,669	0,771	0,870	0,966	1,059
75,1	0,120	0,236	0,350	0,461	0,568	0,674	0,776	0,875	0,972	1,066
75,2	0,121	0,238	0,352	0,464	0,572	0,678	0,781	0,881	0,978	1,073
75,3	0,121	0,240	0,355	0,467	0,576	0,682	0,786	0,887	0,985	1,080
75,4	0,122	0,241	0,357	0,470	0,580	0,687	0,791	0,893	0,991	1,087
75,5	0,123	0,243	0,360	0,473	0,584	0,692	0,797	0,899	0,998	1,095
75,6	0,124	0,245	0,362	0,476	0,588	0,696	0,802	0,905	1,005	1,102
75,7	0,125	0,246	0,365	0,479	0,592	0,701	0,808	0,911	1,012	1,110
75,8	0,126	0,248	0,367	0,483	0,596	0,706	0,813	0,917	1,019	1,117
75,9	0,126	0,250	0,370	0,486	0,600	0,711	0,819	0,923	1,026	1,125
76,0	0,127	0,251	0,372	0,490	0,604	0,716	0,824	0,930	1,033	1,133
76,1	0,128	0,253	0,375	0,493	0,609	0,721	0,830	0,937	1,040	1,141
76,2	0,129	0,255	0,377	0,497	0,613	0,726	0,836	0,943	1,047	1,149
76,3	0,130	0,257	0,380	0,500	0,617	0,731	0,841	0,950	1,054	1,157
76,4	0,131	0,259	0,383	0,503	0,622	0,736	0,848	0,957	1,062	1,165
76,5	0,132	0,260	0,386	0,508	0,627	0,742	0,854	0,964	1,070	1,174
76,6	0,133	0,262	0,388	0,511	0,631	0,747	0,861	0,971	1,078	1,182
76,7	0,134	0,264	0,391	0,515	0,636	0,753	0,867	0,978	1,086	1,191
76,8	0,135	0,266	0,394	0,519	0,640	0,758	0,873	0,985	1,094	1,200
76,9	0,136	0,268	0,397	0,523	0,645	0,764	0,880	0,992	1,102	1,209
77,0	0,137	0,270	0,400	0,527	0,650	0,770	0,886	1,000	1,110	1,218
77,1	0,138	0,272	0,403	0,531	0,655	0,775	0,893	1,007	1,119	1,227
77,2	0,139	0,274	0,406	0,535	0,660	0,781	0,900	1,015	1,127	1,236
77,3	0,140	0,277	0,410	0,539	0,665	0,787	0,907	1,023	1,136	1,246
77,4	0,141	0,279	0,413	0,543	0,670	0,794	0,914	1,031	1,145	1,256
77,5	0,142	0,281	0,416	0,548	0,676	0,800	0,921	1,039	1,154	1,266
77,6	0,143	0,283	0,419	0,552	0,681	0,806	0,928	1,047	1,163	1,275
77,7	0,144	0,285	0,422	0,557	0,687	0,812	0,935	1,055	1,172	1,285
77,8	0,146	0,288	0,426	0,561	0,692	0,819	0,943	1,064	1,182	1,296
77,9	0,147	0,290	0,430	0,565	0,697	0,826	0,951	1,073	1,192	1,306
78,0	0,148	0,292	0,433	0,570	0,703	0,833	0,959	1,081	1,201	1,317
78,1	0,149	0,295	0,437	0,575	0,709	0,839	0,967	1,090	1,211	1,328
78,2	0,151	0,297	0,440	0,579	0,715	0,846	0,975	1,099	1,221	1,339
78,3	0,152	0,300	0,444	0,584	0,720	0,853	0,983	1,108	1,231	1,350
78,4	0,153	0,303	0,448	0,589	0,726	0,860	0,991	1,118	1,241	1,361
78,5	0,154	0,305	0,451	0,594	0,733	0,868	0,999	1,128	1,252	1,373
78,6	0,156	0,308	0,455	0,599	0,739	0,876	1,008	1,137	1,263	1,385
78,7	0,157	0,310	0,459	0,604	0,745	0,883	1,017	1,147	1,273	1,397
78,8	0,158	0,313	0,463	0,610	0,752	0,891	1,026	1,157	1,285	1,409
78,9	0,160	0,316	0,468	0,615	0,758	0,899	1,035	1,167	1,296	1,421
79,0	0,161	0,319	0,472	0,621	0,766	0,907	1,044	1,178	1,308	1,434

H / z	2750m	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	4750	5000
55°	0,520	0,560	0,598	0,637	0,674	0,710	0,745	0,779	0,811	0,844
56	0,533	0,574	0,614	0,654	0,691	0,729	0,764	0,799	0,832	0,866
57	0,547	0,589	0,631	0,672	0,709	0,749	0,785	0,820	0,854	0,889
58	0,562	0,606	0,648	0,690	0,729	0,769	0,807	0,843	0,878	0,913
59	0,578	0,623	0,667	0,710	0,750	0,791	0,830	0,867	0,903	0,939
60	0,596	0,642	0,687	0,731	0,773	0,814	0,854	0,893	0,931	0,968
61	0,615	0,662	0,709	0,754	0,797	0,839	0,881	0,921	0,960	0,999
62	0,635	0,684	0,732	0,779	0,823	0,867	0,910	0,951	0,991	1,031
63	0,657	0,707	0,757	0,805	0,851	0,897	0,941	0,983	1,025	1,065
64	0,680	0,732	0,784	0,834	0,882	0,929	0,974	1,018	1,062	1,103
65	0,705	0,759	0,813	0,865	0,915	0,964	1,010	1,056	1,101	1,145
66	0,733	0,789	0,844	0,898	0,950	1,001	1,050	1,097	1,144	1,183
67	0,763	0,821	0,879	0,935	0,989	1,042	1,093	1,142	1,191	1,237
68	0,796	0,857	0,917	0,975	1,031	1,086	1,139	1,191	1,242	1,290
69	0,831	0,895	0,958	1,019	1,077	1,135	1,191	1,245	1,298	1,349
70	0,871	0,938	1,004	1,067	1,129	1,189	1,247	1,304	1,359	1,413
71	0,915	0,986	1,054	1,121	1,186	1,249	1,310	1,370	1,428	1,484
72	0,964	1,038	1,110	1,181	1,249	1,315	1,380	1,443	1,504	1,563
73	1,019	1,097	1,173	1,248	1,320	1,390	1,458	1,524	1,589	1,651
74	1,080	1,164	1,244	1,323	1,400	1,474	1,546	1,616	1,684	1,751
75,0	1,150	1,239	1,325	1,408	1,490	1,569	1,646	1,720	1,793	1,863
75,1	1,157	1,247	1,333	1,417	1,500	1,579	1,657	1,732	1,805	1,875
75,2	1,165	1,255	1,342	1,427	1,509	1,589	1,667	1,743	1,817	1,887
75,3	1,173	1,263	1,351	1,436	1,519	1,600	1,678	1,754	1,828	1,900
75,4	1,181	1,272	1,360	1,446	1,529	1,611	1,689	1,766	1,840	1,913
75,5	1,189	1,280	1,369	1,456	1,540	1,621	1,701	1,778	1,852	1,926
75,6	1,197	1,289	1,378	1,465	1,550	1,632	1,712	1,790	1,865	1,939
75,7	1,205	1,298	1,388	1,475	1,561	1,643	1,724	1,802	1,878	1,952
75,8	1,213	1,307	1,397	1,485	1,571	1,655	1,736	1,814	1,891	1,965
75,9	1,222	1,316	1,407	1,495	1,582	1,666	1,748	1,827	1,904	1,979
76,0	1,230	1,325	1,417	1,506	1,593	1,678	1,760	1,840	1,917	1,992
76,1	1,238	1,334	1,427	1,516	1,604	1,689	1,772	1,852	1,930	2,006
76,2	1,247	1,343	1,437	1,527	1,615	1,701	1,785	1,865	1,944	2,020
76,3	1,256	1,353	1,447	1,538	1,627	1,713	1,797	1,879	1,958	2,034
76,4	1,265	1,363	1,457	1,549	1,639	1,725	1,810	1,892	1,972	2,049
76,5	1,275	1,372	1,468	1,560	1,650	1,738	1,823	1,906	1,986	2,064
76,6	1,284	1,382	1,478	1,572	1,662	1,751	1,836	1,920	2,000	2,079
76,7	1,293	1,393	1,489	1,583	1,674	1,763	1,850	1,934	2,015	2,094
76,8	1,303	1,403	1,500	1,595	1,687	1,776	1,863	1,948	2,030	2,109
76,9	1,312	1,413	1,511	1,607	1,699	1,790	1,877	1,962	2,045	2,125
77,0	1,322	1,424	1,523	1,619	1,712	1,803	1,891	1,977	2,060	2,141
77,1	1,332	1,435	1,534	1,631	1,725	1,817	1,905	1,992	2,076	2,157
77,2	1,342	1,446	1,546	1,643	1,738	1,830	1,920	2,007	2,091	2,173
77,3	1,353	1,457	1,558	1,656	1,752	1,844	1,935	2,022	2,107	2,190
77,4	1,363	1,468	1,570	1,669	1,765	1,859	1,950	2,038	2,124	2,207
77,5	1,374	1,479	1,582	1,682	1,779	1,873	1,965	2,054	2,140	2,224
77,6	1,385	1,491	1,594	1,695	1,793	1,888	1,980	2,070	2,157	2,241
77,7	1,396	1,503	1,607	1,709	1,807	1,903	1,996	2,086	2,174	2,259
77,8	1,407	1,515	1,620	1,722	1,822	1,918	2,012	2,103	2,191	2,277
77,9	1,418	1,527	1,633	1,736	1,836	1,933	2,028	2,120	2,209	2,295
78,0	1,430	1,540	1,647	1,750	1,851	1,949	2,044	2,137	2,227	2,314
78,1	1,442	1,552	1,660	1,765	1,866	1,965	2,061	2,154	2,245	2,333
78,2	1,454	1,565	1,674	1,779	1,882	1,981	2,078	2,172	2,263	2,352
78,3	1,466	1,578	1,688	1,794	1,897	1,998	2,095	2,190	2,281	2,372
78,4	1,478	1,591	1,702	1,809	1,913	2,015	2,113	2,209	2,301	2,392
78,5	1,491	1,605	1,716	1,824	1,929	2,032	2,131	2,227	2,321	2,412
78,6	1,503	1,619	1,731	1,840	1,946	2,049	2,149	2,246	2,341	2,432
78,7	1,516	1,633	1,746	1,856	1,963	2,067	2,168	2,266	2,361	2,453
78,8	1,530	1,647	1,761	1,872	1,980	2,085	2,187	2,285	2,381	2,475
78,9	1,543	1,661	1,776	1,889	1,998	2,103	2,206	2,306	2,402	2,496
79,0	1,557	1,676	1,792	1,905	2,015	2,122	2,225	2,326	2,423	2,518

Segue Tavola I.

H / z	250^{m}	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500
79,0	0,161	0,319	0,472	0,621	0,766	0,907	1,044	1,178	1,308	1,434
79,1	0,163	0,321	0,476	0,626	0,773	0,915	1,053	1,188	1,319	1,447
79,2	0,164	0,324	0,480	0,632	0,780	0,923	1,063	1,199	1,331	1,460
79,3	0,166	0,327	0,485	0,638	0,787	0,932	1,073	1,210	1,344	1,473
79,4	0,167	0,330	0,489	0,644	0,794	0,940	1,083	1,221	1,356	1,487
79,5	0,169	0,333	0,494	0,650	0,801	0,949	1,093	1,233	1,369	1,501
79,6	0,171	0,337	0,498	0,656	0,809	0,958	1,103	1,244	1,382	1,515
79,7	0,172	0,340	0,503	0,662	0,817	0,967	1,114	1,256	1,395	1,529
79,8	0,174	0,343	0,508	0,668	0,825	0,977	1,124	1,268	1,408	1,544
79,9	0,176	0,346	0,513	0,675	0,833	0,986	1,135	1,280	1,422	1,559
80,0	0,177	0,350	0,518	0,682	0,841	0,996	1,146	1,293	1,436	1,574
80,1	0,179	0,353	0,523	0,688	0,849	1,006	1,158	1,306	1,450	1,590
80,2	0,181	0,357	0,528	0,695	0,858	1,016	1,169	1,319	1,464	1,606
80,3	0,183	0,361	0,534	0,702	0,866	1,026	1,181	1,332	1,479	1,622
80,4	0,185	0,364	0,539	0,710	0,875	1,037	1,193	1,346	1,494	1,639
80,5	0,187	0,368	0,545	0,717	0,884	1,047	1,206	1,360	1,510	1,655
80,6	0,189	0,372	0,551	0,725	0,894	1,058	1,218	1,374	1,526	1,673
80,7	0,191	0,376	0,557	0,732	0,903	1,069	1,231	1,389	1,542	1,690
80,8	0,193	0,380	0,563	0,740	0,913	1,081	1,244	1,403	1,558	1,708
80,9	0,195	0,384	0,569	0,748	0,923	1,093	1,258	1,418	1,575	1,727
81,0	0,197	0,388	0,575	0,756	0,933	1,105	1,272	1,434	1,592	1,746
81,1	0,199	0,393	0,581	0,765	0,943	1,117	1,286	1,450	1,609	1,765
81,2	0,201	0,397	0,588	0,773	0,954	1,129	1,300	1,466	1,627	1,784
81,3	0,204	0,402	0,594	0,782	0,964	1,142	1,315	1,482	1,646	1,804
81,4	0,206	0,406	0,601	0,791	0,976	1,155	1,330	1,499	1,665	1,825
81,5	0,208	0,411	0,608	0,800	0,987	1,168	1,345	1,517	1,684	1,846
81,6	0,211	0,416	0,615	0,810	0,998	1,182	1,361	1,535	1,703	1,867
81,7	0,213	0,421	0,623	0,819	1,010	1,196	1,377	1,553	1,723	1,889
81,8	0,216	0,426	0,630	0,829	1,022	1,211	1,393	1,571	1,744	1,912
81,9	0,218	0,431	0,638	0,839	1,035	1,225	1,410	1,590	1,765	1,935
82,0	0,221	0,436	0,646	0,850	1,048	1,240	1,428	1,610	1,787	1,959
82,1	0,224	0,442	0,654	0,860	1,061	1,256	1,446	1,630	1,809	1,983
82,2	0,227	0,447	0,662	0,871	1,074	1,272	1,464	1,650	1,832	2,008
82,3	0,230	0,453	0,671	0,882	1,088	1,288	1,482	1,671	1,855	2,033
82,4	0,233	0,459	0,679	0,894	1,102	1,305	1,501	1,693	1,879	2,059
82,5	0,236	0,465	0,688	0,905	1,116	1,322	1,521	1,715	1,903	2,086
82,6	0,239	0,471	0,698	0,917	1,131	1,339	1,541	1,738	1,928	2,114
82,7	0,242	0,478	0,707	0,930	1,146	1,357	1,562	1,761	1,954	2,142
82,8	0,246	0,484	0,717	0,943	1,162	1,376	1,583	1,785	1,981	2,171
82,9	0,249	0,491	0,727	0,956	1,178	1,395	1,605	1,809	2,008	2,201
83,0	0,253	0,498	0,737	0,969	1,195	1,414	1,628	1,835	2,036	2,232
83,1	0,256	0,505	0,748	0,983	1,212	1,434	1,651	1,861	2,065	2,263
83,2	0,260	0,513	0,758	0,997	1,230	1,455	1,675	1,888	2,095	2,296
83,3	0,264	0,520	0,770	1,012	1,248	1,477	1,699	1,915	2,125	2,329
83,4	0,268	0,528	0,781	1,027	1,266	1,499	1,724	1,944	2,156	2,363
83,5	0,272	0,536	0,793	1,043	1,285	1,521	1,750	1,973	2,189	2,398
83,6	0,276	0,544	0,805	1,059	1,305	1,544	1,777	2,003	2,222	2,435
83,7	0,280	0,553	0,818	1,075	1,325	1,568	1,804	2,034	2,256	2,472
83,8	0,285	0,562	0,831	1,092	1,347	1,593	1,833	2,066	2,292	2,511
83,9	0,290	0,571	0,844	1,110	1,368	1,619	1,863	2,099	2,329	2,551
84,0	0,294	0,580	0,858	1,128	1,391	1,645	1,893	2,133	2,366	2,592
84,1	0,299	0,590	0,873	1,147	1,414	1,673	1,924	2,168	2,405	2,635
84,2	0,304	0,600	0,888	1,167	1,438	1,701	1,956	2,205	2,445	2,679
84,3	0,310	0,611	0,903	1,187	1,463	1,730	1,990	2,242	2,487	2,725
84,4	0,315	0,621	0,919	1,208	1,488	1,760	2,025	2,280	2,530	2,772
84,5	0,321	0,632	0,935	1,229	1,514	1,792	2,060	2,321	2,574	2,820
84,6	0,327	0,644	0,952	1,252	1,542	1,824	2,098	2,363	2,621	2,871
84,7	0,333	0,656	0,970	1,275	1,571	1,858	2,136	2,407	2,669	2,923
84,8	0,339	0,669	0,988	1,299	1,600	1,892	2,176	2,451	2,718	2,977
84,9	0,346	0,682	1,007	1,324	1,631	1,928	2,247	2,497	2,769	3,033
85,0	0,353	0,695	1,027	1,350	1,663	1,966	2,261	2,546	2,823	3,091

H / z	2750m	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	4750	5000
° 79,0	1,557	1,676	1,792	1,905	2,015	2,122	2,225	2,326	2,423	2,518
79,1	1,571	1,691	1,809	1,922	2,033	2,141	2,245	2,347	2,445	2,541
79,2	1,585	1,707	1,825	1,940	2,051	2,160	2,265	2,368	2,467	2,564
79,3	1,600	1,722	1,842	1,958	2,070	2,180	2,286	2,389	2,490	2,587
79,4	1,614	1,738	1,859	1,976	2,089	2,200	2,307	2,411	2,513	2,611
79,5	1,629	1,754	1,876	1,994	2,109	2,220	2,328	2,434	2,536	2,635
79,6	1,645	1,771	1,893	2,013	2,129	2,240	2,350	2,456	2,560	2,659
79,7	1,670	1,788	1,911	2,032	2,149	2,262	2,372	2,479	2,584	2,684
79,8	1,676	1,805	1,930	2,051	2,169	2,284	2,395	2,503	2,608	2,710
79,9	1,683	1,822	1,948	2,071	2,190	2,306	2,418	2,527	2,633	2,736
80,0	1,709	1,840	1,967	2,091	2,211	2,328	2,442	2,552	2,659	2,763
80,1	1,726	1,858	1,987	2,112	2,233	2,351	2,466	2,577	2,685	2,790
80,2	1,743	1,877	2,007	2,133	2,255	2,374	2,490	2,603	2,712	2,817
80,3	1,761	1,896	2,027	2,154	2,278	2,398	2,515	2,629	2,739	2,845
80,4	1,779	1,915	2,048	2,176	2,301	2,423	2,541	2,655	2,766	2,874
80,5	1,797	1,935	2,069	2,199	2,325	2,448	2,567	2,682	2,795	2,904
80,6	1,816	1,955	2,090	2,221	2,349	2,473	2,593	2,710	2,824	2,934
80,7	1,835	1,975	2,112	2,245	2,374	2,499	2,620	2,738	2,853	2,964
80,8	1,854	1,996	2,134	2,269	2,399	2,525	2,648	2,767	2,883	2,995
80,9	1,874	2,018	2,157	2,293	2,425	2,552	2,676	2,797	2,914	3,027
81,0	1,895	2,040	2,181	2,318	2,451	2,580	2,705	2,827	2,945	3,060
81,1	1,916	2,062	2,205	2,343	2,478	2,608	2,735	2,858	2,977	3,093
81,2	1,937	2,085	2,229	2,369	2,505	2,637	2,765	2,889	3,010	3,127
81,3	1,959	2,108	2,254	2,395	2,533	2,666	2,796	2,921	3,044	3,162
81,4	1,981	2,132	2,280	2,423	2,562	2,696	2,827	2,954	3,078	3,198
81,5	2,004	2,157	2,306	2,451	2,591	2,727	2,860	2,988	3,113	3,234
81,6	2,027	2,182	2,323	2,479	2,621	2,759	2,893	3,023	3,149	3,271
81,7	2,051	2,208	2,360	2,508	2,651	2,791	2,926	3,058	3,185	3,309
81,8	2,075	2,234	2,388	2,538	2,683	2,824	2,961	3,094	3,223	3,348
81,9	2,100	2,261	2,417	2,568	2,715	2,858	2,997	3,131	3,262	3,388
82,0	2,126	2,288	2,446	2,599	2,748	2,893	3,033	3,169	3,301	3,429
82,1	2,152	2,317	2,476	2,631	2,782	2,928	3,070	3,207	3,341	3,471
82,2	2,179	2,346	2,507	2,664	2,817	2,964	3,108	3,247	3,382	3,514
82,3	2,207	2,375	2,539	2,698	2,852	3,002	3,147	3,288	3,425	3,558
82,4	2,235	2,406	2,571	2,732	2,888	3,040	3,187	3,330	3,468	3,603
82,5	2,264	2,437	2,604	2,767	2,925	3,079	3,228	3,372	3,513	3,649
82,6	2,294	2,469	2,639	2,804	2,964	3,119	3,270	3,416	3,558	3,696
82,7	2,325	2,502	2,674	2,841	3,003	3,161	3,313	3,462	3,605	3,745
82,8	2,356	2,536	2,710	2,879	3,043	3,203	3,358	3,508	3,653	3,795
82,9	2,388	2,570	2,747	2,918	3,085	3,246	3,403	3,555	3,701	3,846
83,0	2,422	2,606	2,785	2,959	3,127	3,291	3,450	3,604	3,751	3,898
83,1	2,456	2,643	2,824	3,000	3,171	3,337	3,498	3,654	3,804	3,953
83,2	2,491	2,680	2,864	3,042	3,216	3,384	3,548	3,706	3,859	4,008
83,3	2,527	2,719	2,906	3,087	3,262	3,433	3,598	3,759	3,914	4,065
83,4	2,564	2,759	2,948	3,132	3,310	3,483	3,651	3,813	3,971	4,124
83,5	2,603	2,800	2,992	3,179	3,359	3,535	3,705	3,869	4,030	4,185
83,6	2,642	2,842	3,037	3,226	3,410	3,588	3,760	3,927	4,090	4,247
83,7	2,682	2,886	3,084	3,275	3,461	3,642	3,817	3,987	4,151	4,310
83,8	2,724	2,931	3,132	3,326	3,515	3,698	3,876	4,048	4,215	4,377
83,9	2,768	2,978	3,181	3,379	3,571	3,757	3,937	4,111	4,281	4,445
84,0	2,812	3,025	3,232	3,433	3,627	3,816	3,999	4,176	4,348	4,515
84,1	2,858	3,075	3,285	3,488	3,686	3,878	4,063	4,243	4,418	4,587
84,2	2,906	3,126	3,389	3,546	3,747	3,942	4,130	4,313	4,490	4,662
84,3	2,955	3,179	3,396	3,606	3,810	4,008	4,199	4,385	4,565	4,739
84,4	3,006	3,233	3,454	3,667	3,875	4,075	4,270	4,459	4,642	4,818
84,5	3,058	3,289	3,514	3,731	3,941	4,145	4,343	4,535	4,721	4,900
84,6	3,113	3,348	3,576	3,797	4,011	4,218	4,420	4,614	4,803	4,986
84,7	3,170	3,409	3,640	3,865	4,083	4,294	4,499	4,697	4,888	5,074
84,8	3,228	3,471	3,707	3,935	4,157	4,372	4,580	4,781	4,976	5,165
84,9	3,288	3,536	3,776	4,008	4,234	4,452	4,663	4,868	5,066	5,259
85,0	3,351	3,603	3,848	4,084	4,314	4,536	4,751	4,960	5,161	5,357

Segue TAVOLA I.

H / z	250m	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500
85° 0′	0,353	0,695	1,027	1,350	1,663	1,966	2,261	2,546	2,828	3,091
1	0,354	0.697	1,030	1,354	1.668	1,972	2,268	2,554	2,832	3.101
2	0,355	0,700	1,034	1,359	1.674	1,979	2,275	2,562	2,841	3,111
3	0,356	0,702	1,037	1,363	1.679	1,985	2,283	2,571	2,850	3,121
4	0,357	0,704	1.041	1,368	1,685	1,992	2,290	2,579	2,859	3,131
5	0,359	0,707	1,045	1,372	1,690	1,999	2,298	2,588	2,869	3,141
6	0,360	0,709	1,048	1,377	1,696	2,006	2,305	2,596	2,878	3,152
7	0,361	0,712	1,052	1,381	1,701	2,012	2,313	2,605	2,888	3,162
8	0.362	0,714	1,055	1.386	1,707	2,019	2,320	2,613	2,897	3,172
9	0,364	0,716	1,059	1,391	1,713	2,025	2,328	2,622	2,907	3,183
10	0,365	0,719	1,062	1,396	1,719	2,032	2,336	2,631	2,916	3,193
11	0,366	0.721	1,066	1,400	1,724	2,039	2,344	2,639	2,926	3,204
12	0,367	0,724	1.070	1,405	1,730	2,046	2,352	2,648	2,936	3,214
13	0,369	0,726	1,073	1,410	1,736	2,053	2,360	2,657	2,946	3,225
14	0,370	0,729	1.077	1,415	1,742	2,060	2,368	2,666	2,955	3,236
15	0,371	0,731	1,081	1,420	1,748	2,067	2,376	2,675	2,965	3,247
16	0,372	0,734	1,084	1,421	1,751	2,074	2,384	2,684	2,975	3,258
17	0,374	0,736	1,088	1,429	1,760	2,081	2,392	2,693	2,986	3,269
18	0,375	0,739	1,092	1,454	1,766	2.088	2,400	2.703	2,996	3,380
19	0,376	0,742	1.096	1,459	1,772	2,095	2,408	2,712	3,006	3,291
20	0,378	0,744	1,100	1,444	1,779	2,103	2,417	2,721	3,016	3,302
21	0,379	0,747	1,104	1,450	1,785	2,110	2,425	2,731	3,027	3,313
22	0,380	0,749	1,107	1,455	1,791	2,117	2,434	2,740	3,037	3,325
23	0,382	0,752	1,111	1,460	1,797	2,125	2,442	2,749	3,047	3,336
24	0,383	0,755	1,115	1,465	1,801	2,132	2,451	2,759	3,058	3,348
25	0,385	0,757	1,119	1,470	1,810	2,140	2,459	2,769	3,069	3,359
26	0,386	0,760	1,123	1,475	1,816	2,147	2,468	2,778	3,079	3,371
27	0,387	0,763	1,127	1,481	1,823	2,155	2,477	2,788	3,090	3,383
28	0,389	0,766	1,131	1,486	1,830	2,163	2,485	2,798	3,101	3,395
29	0,390	0,769	1,136	1,491	1,836	2,170	2,494	2,808	3,112	3,407
30	0,392	0.771	1,140	1,497	1,843	2,178	2,503	2,818	3,123	3,419
31	0,393	0,774	1,144	1,502	1,849	2,186	2,512	2,828	3,134	3,431
32	0,395	0,777	1,148	1,508	1,856	2,194	2,521	2,838	3,145	3,443
33	0,396	0,780	1,152	1,513	1,863	2,202	2,530	2,848	3,157	3,455
34	0,397	0,783	1,157	1,519	1,870	2,210	2,539	2,859	3,168	3,467
35	0,399	0,786	1,161	1,524	1,877	2,218	2,549	2,869	3,179	3,580
36	0,400	0,789	1,165	1,530	1,883	2,226	2,558	2,879	3,191	3,492
37	0,402	0,792	1,169	1,536	1,890	2,234	2,567	2,890	3,202	3,505
38	0,403	0,795	1,174	1,541	1,897	2,242	2,577	2,900	3,214	3,518
39	0,405	0,798	1,178	1,547	1,905	2,251	2,586	2,911	3,226	3,530
40	0,407	0,801	1,183	1,553	1,912	2,259	2,596	2,922	3,238	3,543
41	0,408	0,804	1,187	1,559	1,919	2,268	2,605	2,933	3,249	3,556
42	0,410	0,807	1,192	1,565	1,926	2,276	2,615	2,943	3,261	3,569
43	0,411	0,810	1,196	1,571	1,933	2,285	2,625	2,954	3,274	3,583
44	0,413	0,813	1,201	1,577	1,941	2,293	2,635	2,965	3,286	3,596
45	0,414	0,816	1,206	1,583	1,948	2,302	2,645	2,977	3,298	3,609
46	0,416	0,819	1,210	1,589	1,955	2,311	2,655	2,988	3,310	3,623
47	0,418	0,823	1,215	1,595	1,963	2,319	2,665	2,999	3,322	3,636
48	0,419	0,826	1,220	1,601	1,971	2,328	2,675	3,010	3,335	3,650
49	0,421	0,829	1,224	1,607	1,978	2,337	2,685	3,022	3,348	3,664
50	0,423	0,832	1,229	1,614	1,986	2,346	2,696	3,033	3,361	3,677
51	0,424	0,836	1,234	1,620	1,994	2,355	2,706	3,045	3,373	3,691
52	0,426	0,839	1,239	1,626	2,001	2,365	2,716	3,057	3,386	3,705
53	0,428	0,842	1,244	1,633	2,009	2,374	2,727	3,069	3,399	3,720
54	0,430	0,846	1,249	1,639	2,017	2,383	2,737	3,080	3,412	3,734
55	0,431	0,849	1,254	1,646	2,025	2,393	2,748	3,092	3,426	3,748
56	0,433	0,853	1,259	1,652	2,033	2,402	2,759	3,105	3,439	3,763
57	0,435	0,856	1,265	1,659	2,041	2,412	2,770	3,127	3,452	3,777
58	0,437	0,860	1,269	1,666	2,049	2,421	2,781	3,129	3,466	3,792
59	0,438	0,863	1,275	1,672	2,058	2,431	2,792	3,141	3,480	3,807
86° 0′	0,440	0,867	1,279	1,679	2,066	2,441	2,803	3,154	3,493	3,822

H / z	2750m	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	7750	5000
85° 0′	3,351	3,603	3,848	4,084	4,314	4,536	4,751	4,960	5,161	5,357
1	3,362	3,615	3,860	4,097	4,328	4,550	4,766	4,975	5,177	5,373
2	3,373	3,626	3,872	4,110	4,341	4,555	4,781	4,991	5,194	5,390
3	3,384	3,638	3,885	4,124	4,355	4,579	4,796	5,006	5,210	5,407
4	3,395	3,650	3,897	4,137	4,369	4,594	4,811	5,022	5,226	5,424
5	3,406	3,661	3,910	4,150	4,383	4,608	4,827	5,038	5,243	5,441
6	3,417	3,673	3,922	4,163	4,397	4,623	4,842	5,054	5,259	5,458
7	3,428	3,685	3,935	4,177	4,411	4,638	4,857	5,070	5,276	5,475
8	3,439	3,697	3,948	4,190	4,425	4,653	4,873	5,086	5,293	5,493
9	3,450	3,709	3,961	4,204	4,440	4,668	4,889	5,103	5,310	5,510
10	3,462	3,722	3,974	4,218	4,454	4,683	4,904	5,119	5,327	5,528
11	3,473	3,734	3,987	4,231	4,468	4,698	4,920	5,135	5,344	5,545
12	3,484	3,746	4,000	4,245	4,483	4,713	4,936	5,152	5,361	5,563
13	3,496	3,758	4,013	4,259	4,498	4,729	4,952	5,169	5,378	5,581
14	3,508	3,771	4,026	4,273	4,512	4,744	4,968	5,185	5,396	5,599
15	3,519	3,783	4,039	4,287	4,527	4,760	4,984	5,203	5,413	5,617
16	3,531	3,796	4,053	4,301	4,542	4,775	5,010	5,219	5,431	5,635
17	3,543	3,809	4,066	4,316	4,557	4,791	5,017	5,236	5,448	5,654
18	3,555	3,822	4,080	4,330	4,572	4,807	5,034	5,254	5,466	5,672
19	3,567	3,835	4,094	4,345	4,587	4,823	5,051	5,271	5,484	5,691
20	3,579	3,847	4,107	4,359	4,603	4,839	5,067	5,288	5,502	5,709
21	3,591	3,860	4,121	4,374	4,618	4,855	5,084	5,306	5,520	5,728
22	3,604	3,874	4,135	4,489	4,634	4,871	5,101	5,323	5,539	5,747
23	3,616	3,887	4,149	4,403	4,649	4,888	5,118	5,341	5,557	5,766
24	3,628	3,900	4,164	4,418	4,665	4,904	5,135	5,359	5,576	5,785
25	3,641	3,914	4,178	4,434	4,681	4,921	5,153	5,377	5,594	5,805
26	3,654	3,927	4,192	4,449	4,697	4,937	5,170	5,395	5,613	5,824
27	3,666	3,941	4,207	4,464	4,713	4,954	5,188	5,414	5,632	5,844
28	3,679	3,954	4,221	4,479	4,729	4,971	5,205	5,432	5,651	5,863
29	3,692	3,968	4,236	4,495	4,745	4,988	5,223	5,450	5,670	5,883
30	3,705	3,982	4,250	4,510	4,762	5,005	5,241	5,469	5,690	5,903
31	3,718	3,996	4,265	4,526	4,778	5,023	5,259	5,488	5,709	5,923
32	3,731	4,010	4,280	4,542	4,795	5,040	5,277	5,507	5,729	5,943
33	3,744	4,024	4,295	4,558	4,812	5,057	5,296	5,526	5,748	5,964
34	3,758	4,038	4,310	4,574	4,829	5,075	5,314	5,545	5,768	5,984
35	3,771	4,053	4,326	4,590	4,845	5,093	5,332	5,564	5,788	6,005
36	3,785	4,067	4,341	4,606	4,862	5,111	5,351	5,583	5,808	6,025
37	3,798	4,082	4,357	4,623	4,880	5,129	5,370	5,603	5,828	6,046
38	3,812	4,096	4,372	4,639	4,897	5,147	5,388	5,622	5,848	6,067
39	3,826	4,111	4,388	4,655	4,914	5,165	5,407	5,642	5,869	6,088
40	3,840	4,126	4,404	4,672	4,932	5,183	5,427	5,662	5,889	6,109
41	3,854	4,141	4,419	4,689	4,950	5,202	5,446	5,682	5,910	6,131
42	3,868	4,156	4,435	4,706	4,967	5,220	5,465	5,702	5,931	6,152
43	3,881	4,171	4,452	4,723	4,985	5,239	5,485	5,722	5,952	6,174
44	3,896	4,187	4,468	4,740	5,003	5,258	5,504	5,743	5,973	6,196
45	3,910	4,202	4,484	4,757	5,021	5,277	5,524	5,763	5,995	6,218
46	3,925	4,217	4,501	4,775	5,040	5,296	5,544	5,784	6,016	6,240
47	3,939	4,233	4,517	4,792	5,058	5,315	5,564	5,805	6,038	6,263
48	3,954	4,249	4,534	4,810	5,077	5,335	5,584	5,826	6,059	6,285
49	3,969	4,265	4,551	4,828	5,095	5,354	5,505	5,847	6,081	6,308
50	3,984	4,281	4,568	4,845	5,114	5,374	5,625	5,868	6,103	6,330
51	3,999	4,297	4,585	4,863	5,133	5,394	5,646	5,890	6,126	6,353
52	4,014	4,313	4,602	4,882	5,152	5,414	5,667	5,911	6,148	6,376
53	4,029	4,329	4,619	4,900	5,171	5,434	5,688	5,933	6,170	6,400
54	4,045	4,346	4,637	4,918	5,191	5,454	5,709	5,955	6,193	6,423
55	4,060	4,362	4,654	4,937	5,210	5,475	5,730	5,977	6,216	6,447
56	4,076	4,379	4,672	4,956	5,230	5,495	5,751	5,999	6,239	6,470
57	4,091	4,396	4,690	4,974	5,250	5,516	5,773	6,022	6,262	6,494
58	4,107	4,413	4,708	4,993	5,270	5,537	5,795	6,044	6,285	6,518
59	4,123	4,430	4,726	5,013	5,290	5,558	5,817	6,067	6,309	6,533
86° 0′	4,139	4,447	4,744	5,032	5,310	5,579	5,839	6,090	6,333	6,567

Segue TAVOLA I.

H / z	250m	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500
86° 0′	0,440	0,867	1,279	1,679	2,066	2,441	2,803	3,154	3,493	3,822
1	0,442	0,870	1,285	1,686	2,074	2,450	2,814	3,166	3,507	3,837
2	0,444	0,874	1,290	1,693	2,083	2,460	2,826	3,179	3,521	3,852
3	0,446	0,877	1,295	1,700	2,091	2,470	2,837	3,192	3,535	3,868
4	0,448	0,881	1,301	1,707	2,100	2,480	2 848	3,205	3,549	3,883
5	0,449	0,885	1,306	1,714	2,108	2,490	2,860	3,218	3,564	3,898
6	0,451	0,888	1,311	1,721	2,117	2,501	2,872	3 231	3,578	3,914
7	0,453	0,892	1,317	1,728	2,126	2,511	2,883	3,244	3,592	3,929
8	0,455	0,896	1,323	1,735	2,135	2,521	2,895	3,257	3,607	3,945
9	0,457	0,900	1,328	1,743	2,144	2,532	2,907	3,270	3,622	3,961
10	0,459	0,904	1,334	1,750	2,153	2,542	2,919	3,284	3,636	3,977
11	0,461	0,908	1,339	1,757	2,162	2,553	2,931	3,297	3,651	3,994
12	0,463	0,911	1,345	1,765	2,171	2,564	2,944	3,311	3,666	4,010
13	0,465	0,915	1,351	1,772	2,180	2,575	2,956	3,325	3,682	4,027
14	0,467	0,919	1,357	1,780	2,189	2,586	2,968	3,339	3,697	4,043
15	0,469	0,923	1,363	1,788	2,199	2,597	2,981	3,353	3,712	4,060
16	0,471	0,927	1,369	1,795	2,208	2,608	2,994	3,367	3,728	4,077
17	0,473	0,932	1,375	1,803	2,218	2,619	3,006	3,381	3,744	4,094
18	0,476	0,936	1,381	1,811	2,227	2,630	3,019	3,396	3,760	4,111
19	0,478	0,940	1,387	1,819	2,237	2,641	3,032	3,410	3,776	4,128
20	0,480	0,944	1,393	1,827	2,247	2,653	3,045	3,425	3,792	4,146
21	0,482	0,948	1,399	1,835	2,257	2,664	3,059	3,440	3,808	4,164
22	0,484	0,953	1,405	1,843	2,267	2,676	3,072	3,454	3,824	4,181
23	0,486	0,957	1,412	1,852	2,277	2 688	3,085	3,469	3,841	4,199
24	0,489	0,961	1,418	1,860	2,287	2,700	3,099	3,484	3,857	4,217
25	0,491	0,966	1,425	1,868	2,297	2,712	3,113	3,500	3,874	4,236
26	0,493	0,970	1,431	1,877	2,307	2,724	3,126	3,515	3,891	4,254
27	0,495	0,975	1,438	1,885	2,318	2,736	3,140	3,530	3,908	4,273
28	0,498	0,979	1,444	1 894	2,328	2,748	3,154	3,546	3,925	4,291
29	0,500	0,984	1,451	1,903	2,339	2,761	3,168	3,562	3,943	4,310
30	0,503	0,988	1,458	1,911	2,350	2,773	3,183	3,578	3,960	4,329
31	0,505	0,993	1,464	1,920	2,361	2,786	3,197	3,594	3,978	4,348
32	0,507	0,998	1,471	1,929	2,371	2,799	3,211	3,610	3,996	4,367
33	0,510	1,002	1,478	1,938	2,382	2,812	3,226	3,627	4,014	4,387
34	0,512	1,007	1,485	1,947	2,393	2,825	3,241	3,643	4,032	4,407
35	0,515	1,012	1,492	1,956	2,404	2,838	3,256	3,660	4,050	4,427
36	0,517	1,017	1,499	1,966	2,416	2,851	3,271	3,676	4,068	4,447
37	0,520	1,022	1,507	1,975	2,427	2,864	3 286	3,693	4,087	4,467
38	0,522	1,027	1,514	1,984	2,439	2,878	3,301	3,710	4,106	4,487
39	0,525	1,032	1,521	1,994	2,450	2,891	3,317	3,728	4,125	4,508
40	0,527	1,037	1,528	2,004	2,462	2,905	3,332	3,745	4,144	4,528
41	0,530	1,042	1,536	2,013	2,474	2,919	3,348	3,763	4,163	4,549
42	0,533	1,047	1,544	2,023	2,486	2,933	3,364	3,780	4,182	4,570
43	0,535	1,052	1,551	2,033	2,498	2,947	3,380	3,798	4,202	4,592
44	0,538	1,057	1,559	2,043	2,510	2,961	3,396	3,816	4,222	4,613
45	0,541	1,063	1,567	2,053	2,522	2,975	3,413	3,834	4,242	4,635
46	0,544	1,068	1,575	2,063	2,535	2,990	3,429	3,853	4,262	4,657
47	0,546	1,074	1,582	2,073	2,547	3,005	3,446	3,871	4,282	4,679
48	0,549	1,079	1,590	2,084	2,560	3,019	3,462	3,890	4,303	4,701
49	0,552	1,085	1,598	2,094	2,573	3,034	3,479	3,909	4,323	4,723
50	0,555	1,090	1,607	2,105	2,586	3,049	3,496	3,928	4,344	4,746
51	0,558	1,096	1,615	2,116	2,599	3,064	3,514	3,947	4,365	4 769
52	0,561	1,102	1,623	2,126	2,612	3,080	3,531	3,967	4,387	4,192
53	0,564	1,107	1,632	2,137	2,625	3,095	3,549	3,986	4,408	4,815
54	0,567	1,113	1,640	2,148	2,638	3,111	3,567	4,006	4,430	4,839
55	0,570	1,119	1,649	2,160	2,652	3,127	3,585	4,026	4,452	4,863
56	0,573	1,125	1,657	2,171	2,666	3,143	3,603	4,046	4,474	4,886
57	0,576	1,131	1,666	2,182	2,679	3,159	3,621	4,067	4,496	4,911
58	0,579	1,137	1,675	2,193	2,693	3,175	3,639	4,087	4 519	4,935
59	0,582	1,143	1,684	2,205	2,707	3,192	3,658	4,108	4,542	4,960
87° 0′	0,585	1,149	1,693	2,217	2,722	3,208	3,677	4,129	4,565	4,985

H / z	2750m	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	4750	5000
86° 0′	4,140	4,447	4,744	5,032	5,310	5,579	5,839	6,090	6,333	6,567
1	4,156	4,464	4,763	5,051	5,330	5,600	5,861	6,113	6,357	6,592
2	4,172	4,482	4,781	5,071	5,351	5,621	5,883	6,136	6,381	6,617
3	4,188	4,499	4,800	5,090	5,371	5,643	5,906	6,159	6,405	6,642
4	4,205	4,517	4,818	5,110	5,392	5,665	5,928	6,183	6,429	6,667
5	4,222	4,535	4,837	5,130	5,413	5,687	5,951	6,207	6,454	6,692
6	4,239	4,553	4,857	5,150	5,434	5,709	5,974	6,231	6,478	6,718
7	4,256	4,571	4,876	5,171	5,456	5,731	5,997	6,255	6,503	6,744
8	4,273	4,589	4,895	5,191	5,477	5,753	6,021	6,279	6,528	6,769
9	4,290	4,607	4,915	5,212	5,499	5,776	6,044	6,303	6,554	6,795
10	4,307	4,626	4,934	5,232	5,520	5,799	6,068	6,328	6,579	6,821
11	4,324	4,645	4,954	5,253	5,542	5,822	6,092	6,353	6,505	6,848
12	4,342	4,664	4,974	5,274	5,564	5,845	6,116	6,378	6,631	6,875
13	4,360	4,683	4,994	5,296	5,587	5,868	6,140	6,403	6,657	6,902
14	4,378	4,702	5,015	5,317	5,609	5,892	6,164	6,428	6,683	6,929
15	4,396	4,721	5,035	5,339	5,632	5,915	6,189	6,454	6,709	6,956
16	4,414	4,740	5,056	5,360	5,655	5,939	6,214	6,479	6,736	6,983
17	4,433	4,760	5,076	5,382	5,678	5,963	6,239	6,505	6,763	7,011
18	4,451	4,780	5,097	5,404	5,701	5,987	6,264	6,531	6,790	7,039
19	4,470	4,800	5,119	5,426	5,724	6,012	6,290	6,558	6,817	7,067
20	4,489	4,820	5,140	5,449	5,748	6,036	6,315	6,584	6,844	7,095
21	4,508	4,840	5,161	5,472	5,771	6,061	6,341	6,611	6,872	7,124
22	4,527	4,860	5,183	5,494	5,795	6,086	6,367	6,638	6,900	7,152
23	4,546	4,881	5,205	5,517	5,819	6,111	6,393	6,665	6,928	7,181
24	4,565	4,902	5,227	5,540	5,844	6,136	6,419	6,692	6,956	7,210
25	4,585	4,923	5 249	5,564	5,868	6,162	6,446	6,620	6,984	7,240
26	4,605	4,944	5,271	5,587	5,893	6,188	6,473	6,748	7,013	7,269
27	4,625	4,965	5,294	5,611	5,918	6,214	6,500	6,776	7,042	7,299
28	4,645	4,986	5,316	5,635	5,943	6,240	6,527	6,804	7 071	7,329
29	4,665	5,008	5,339	5,659	5,968	6,266	6,554	6,832	7,101	7,360
30	4,686	5,030	5,362	5,683	5,993	6,293	6,582	6,861	7,130	7,390
31	4,706	5,052	5,386	5,708	6,019	6,320	6,610	6,890	7,164	7,321
32	4,727	5,074	5,409	5,733	6,045	6,347	6,638	6,919	7,190	7,452
33	4,748	5,096	5,433	5,758	6,071	6,374	6,665	6,948	7,221	7,484
34	4,769	5,118	5,456	5,783	6,097	6,401	6,695	6,978	7,251	7,515
35	4,790	5,141	5,481	5,808	6,124	6,429	6,724	7,008	7,282	7,547
36	4,812	5,164	5,505	5,833	6,151	6,457	6,753	7,038	7,313	7,579
37	4,833	5,187	5,529	5,859	6,178	6,485	6,782	7,068	7,344	7,611
38	4,855	5,211	5,554	5,885	6,205	6,514	6,811	7,099	7,376	7,644
39	4,877	5,234	5,579	5,911	6,233	6,542	6,841	7,130	7,408	7,676
40	4,900	5,258	5,604	5,938	6,260	6,571	6,871	7,161	7,440	7,709
41	4,922	5,282	5,629	5,964	6,288	6,600	6,901	7,192	7,472	7,743
42	4,945	5,306	5,655	5,991	6,316	6,629	6,932	7,223	7,505	7,776
43	4,968	5,330	5,681	6,018	6,345	6,659	6,963	7,255	7,538	7,800
44	4,991	5,355	5,707	6,046	6,373	6,689	6,994	7,287	7,571	7,844
45	5,014	5,380	5,733	6,074	6,402	6,719	7,025	7,320	7,604	7,879
46	5,037	5,405	5,759	6,102	6,431	6,749	7,056	7,353	7,638	7,913
47	5,061	5,430	5,786	6,130	6,461	6,780	7,088	7,386	7,672	7,948
48	5,085	5,455	5,813	6,158	6,490	6,811	7,120	7,419	7,706	7,984
49	5,109	5,481	5,840	6,186	6,520	6,842	7,152	7,452	7,741	7,919
50	5,133	5,507	5,867	6,215	6,550	6,873	7,185	7,486	7,775	8,055
51	5,158	5,533	5,895	6,244	6,581	6,905	7,218	7,520	7,811	8,091
52	5,183	5,559	5,923	6,273	6,611	6,937	7,251	7,554	7,846	8,128
53	5,208	5,586	5,951	6,303	6,642	6,962	7,285	7,589	7,882	8,165
54	5,233	5,613	5,979	6,333	6,673	7,002	7,318	7,624	7,918	8,202
55	5,258	5,640	6,008	6,363	6,705	7,035	7,353	7,659	7,954	8,239
56	5,284	5,667	6,037	6,393	6,737	7,068	7,387	7,694	7,991	8,277
57	5,310	5,695	6,066	6,424	6,769	7,101	7,422	7,730	8,028	8,315
58	5,336	5,723	6,095	6,455	6,801	7,135	7,456	7,766	8,065	8,353
59	5,363	5,751	6,125	6,486	6,834	7,169	7,492	7,803	8,103	8,392
87° 0′	5,389	5,779	6,155	6,517	6,867	7,203	7,529	7,840	8,141	8,431

Segue Tavola I.

H / z	250m	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500
87°0′	0,585	1,149	1,693	2,217	2,722	3,208	3,677	4,129	4,565	4,985
1	0,589	1,156	1,702	2,228	2,736	3,225	3,696	4,150	4,588	5,010
2	0,592	1,162	1,711	2,241	2,751	3,242	3,715	4,172	4,611	5,035
3	0,595	1,168	1,720	2,253	2,765	3,259	3,735	4,193	4,635	5,061
4	0,598	1,175	1,730	2,265	2,780	3,276	3,754	4,215	4,659	5,087
5	0,602	1,182	1,740	2,277	2,795	3,293	3,774	4,237	4,683	5,113
6	0,605	1,188	1,749	2,290	2,810	3,311	3,794	4,259	4,707	5,139
7	0,609	1,195	1,759	2,302	2,826	3,329	3,815	4,282	4,732	5,166
8	0,612	1,202	1,769	2,315	2,841	3,347	3,835	4,305	4,757	5,193
9	0,616	1,208	1,779	2,328	2,857	3,366	3,856	4,328	4,782	5,220
10	0,619	1,215	1,789	2,341	2,873	3,384	3,877	4,351	4,808	5,247
11	0,623	1,222	1,799	2,354	2,889	3,403	3,898	4,374	4,833	5,275
12	0,627	1,229	1,809	2,367	2,905	3,422	3,919	4,398	4,859	5,303
13	0,631	1,237	1,820	2,381	2,921	3,441	3,941	4,422	4,885	5,331
14	0,634	1,244	1,830	2,394	2,937	3,460	3,962	4,446	4,912	5,360
15	0,638	1,251	1,841	2,408	2,954	3,479	3,984	4,471	4,938	5,389
16	0,642	1,259	1,852	2,422	2,971	3,499	4,007	4,495	4,965	5,418
17	0,646	1,266	1,863	2,436	2,988	3,519	4,029	4,520	4,993	5,447
18	0,649	1,274	1,874	2,451	3,005	3,539	4,052	4,546	5,020	5,477
19	0,653	1,281	1,885	2,465	3,023	3,559	4,075	4,571	5,048	5,507
20	0,657	1,289	1,896	2,480	3,041	3,580	4,098	4,597	5,076	5,538
21	0,662	1,297	1,908	2,494	3,058	3,601	4,122	4,623	5,105	5,568
22	0,666	1,305	1,919	2,509	3,077	3,622	4,145	4,649	5,134	5,599
23	0,670	1,313	1,931	2,524	3,095	3,643	4,170	4,675	5,163	5,631
24	0,674	1,321	1,943	2,540	3,113	3,664	4,194	4,703	5,192	5,662
25	0,678	1,330	1,955	2,555	3,132	3,686	4,218	4,730	5,222	5,694
26	0,683	1,338	1,967	2,571	3,151	3,708	4,243	4,758	5,252	5,727
27	0,687	1,347	1,979	2,587	3,170	3,730	4,268	4,785	5,282	5,759
28	0,691	1,355	1,992	2,602	3,189	3,752	4,294	4,813	5,313	5,792
29	0,696	1,364	2,004	2,619	3,209	3,775	4,319	4,841	5,344	5,826
30	0,701	1,372	2,017	2,635	3,229	3,798	4,345	4,870	5,375	5,859
31	0,705	1,381	2,030	2,652	3,249	3,821	4,371	4,900	5,407	5,894
32	0,710	1,390	2,043	2,669	3,269	3,845	4,398	4,929	5,439	5,928
33	0,715	1,400	2,056	2,686	3,289	3,869	4,425	4,959	5,471	5,963
34	0,719	1,409	2,070	2,703	3,310	3,893	4,452	4,989	5,504	5,998
35	0,724	1,418	2,083	2,720	3,331	3,918	4,480	5,019	5,537	6,034
36	0,729	1,428	2,097	2,738	3,353	3,942	4,508	5,050	5,571	6,070
37	0,734	1,437	2,111	2,756	3,374	3,967	4,536	5,081	5,604	6,107
38	0,739	1,447	2,125	2,774	3,396	3,992	4,564	5,113	5,639	6,143
39	0,744	1,457	2,139	2,792	3,418	4,018	4,593	5,144	5,674	6,181
40	0,750	1,467	2,154	2,811	3,441	4,044	4,622	5,177	5,709	6,219
41	0,755	1,477	2,168	2,830	3,463	4,070	4,652	5,210	5,744	6,257
42	0,760	1,487	2,183	2,840	3,486	4,097	4,682	5,243	5,780	6,295
43	0,766	1,498	2,198	2,869	3,510	4,124	4,712	5,276	5,816	6,334
44	0,771	1,508	2,213	2,888	3,533	4,151	4,743	5,310	5,853	6,374
45	0,777	1,519	2,229	2,907	3,557	4,178	4,774	5,344	5,890	6,414
46	0,782	1,530	2,244	2,927	3,581	4,206	4,805	5,378	5,928	6,454
47	0,788	1,541	2,260	2,948	3,606	4,235	4,837	5,414	5,966	6,495
48	0,794	1,552	2,276	2,969	3,630	4,263	4,869	5,449	6,005	6,536
49	0,800	1,564	2,293	2,990	3,656	4,293	4,902	5,485	6,044	6,578
50	0,806	1,575	2,309	3,011	3,681	4,322	4,935	5,522	6,083	6,621
51	0,812	1,587	2,326	3,032	3,707	4,352	4,968	5,558	6,123	6,664
52	0,818	1,599	2,343	3,054	3,733	4,382	5,002	5,595	6,163	6,707
53	0,825	1,611	2,361	3,076	3,759	4,412	5,036	5,633	6,204	6,751
54	0,831	1,623	2,378	3,098	3,786	4,443	5,071	5,671	6,246	6,795
55	0,838	1,636	2,396	3,121	3,814	4,475	5,106	5,710	6,288	6,840
56	0,844	1,648	2,414	3,144	3,841	4,507	5,142	5,749	6,330	6,886
57	0,851	1,661	2,432	3,168	3,869	4,539	5,178	5,789	6,374	6,932
58	0,658	1,674	2,451	3,191	3,898	4,572	5,215	5,830	6,417	6,979
59	0,865	1,687	2,469	3,216	3,927	4,605	5,252	5,870	6,461	7,026
88°0′	0,872	1,700	2,489	3,240	3,956	4,638	5,290	5,911	6,506	7,074

H / z	2750m	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	4750	5000
87° 0′	5,389	5.779	6.155	6,517	6.867	7,203	7,527	7.840	8.141	8,431
1	5,416	5,808	6,186	6,549	6,900	7,238	7,563	7,877	8,179	8,470
2	5,443	5,837	6,216	6.581	6,933	7,273	7,600	7,914	8,218	8,510
3	5.471	5,866	6.247	6,614	6,967	7,308	7,636	7,952	8,257	8,550
4	5,499	5,895	6,278	6,646	7,001	7,343	7,673	7,990	8,296	8,590
5	5,527	5,925	6,309	6,679	7,036	7,379	7,710	8,029	8,335	8,631
6	5,555	5,955	6,341	6,712	7,071	7,415	7,747	8,067	8,375	8,672
7	5,583	5,986	6,373	6,746	7,106	7,452	7,785	8,106	8,416	8,714
8	5,612	6,016	6,405	6,780	7,141	7,489	7,824	8,146	8,457	8,756
9	5,641	6,047	6,438	6,814	7,177	7,526	7,862	8,186	8,498	8,798
10	5,671	6,078	6,471	6,849	7,213	7,564	7,901	8,226	8,539	8,840
11	5,700	6,110	6,504	6,884	7,249	7,602	7,940	8,267	8,581	8,883
12	5,730	6,142	6,538	6,919	7,286	7,640	7,980	8,308	8,623	8,927
13	5,760	6,174	6,572	6,954	7,323	7,678	8,020	8,349	8,665	8,970
14	5,791	6,206	6,606	7,090	7,361	7,717	8,060	8,390	8,708	9,014
15	5,822	6,239	6,640	7,127	7,399	7,756	8,101	8,432	8,752	9,059
16	5,853	6,272	6,675	7,063	7,437	7,796	8,142	8,475	8,796	9,104
17	5,885	6,306	6,711	7,100	7,475	7,836	8,181	8,518	8,840	9,149
18	5,917	6,339	6,746	7,138	7,514	7,877	8,216	8,561	8,884	9,195
19	5,949	6,373	6,782	7,175	7,554	7,918	8,258	8,605	8,929	9,241
20	5,981	6,408	6,818	7,213	7,593	7,959	8,311	8,649	8,975	9,288
21	6,014	6,443	6,855	7,252	7,633	8,000	8,354	8,694	9,020	9,335
22	6,047	6,478	6,892	7,291	7,674	8,013	8,397	8,739	9,066	9,382
23	6,081	6,513	6,929	7,330	7,715	8,085	8,441	8,784	9,113	9,430
24	6,115	6,549	6,967	7,370	7,756	8,128	8,486	8,830	9,160	9,479
25	6,149	6,586	7,006	7,410	7,798	8,171	8,530	8,876	9,208	9,528
26	6,183	6,622	7,044	7,450	7,840	8,215	8,576	8,923	9,256	9,577
27	6,218	6,659	7,083	7,491	7,882	8,259	8,621	8,970	9,304	9,626
28	6,253	6,696	7,122	7,532	7,925	8,304	8,667	9,017	9,353	9,677
29	6,289	6,734	7,162	7,573	7,969	8,349	8,714	9,065	9,402	9,727
30	6,325	6,772	7,202	7,615	8,012	8,394	8,761	9,113	9,452	9,778
31	6,361	6,811	7,243	7,658	8,076	8,440	8,808	9,162	9,503	9,830
32	6,398	6,850	7,284	7,701	8,101	8,486	8,856	9,212	9,554	9,882
33	6,436	6,889	7,325	7,744	8,146	8,533	8,905	9,262	9,605	9,935
34	6,473	6,929	7,367	7,788	8,192	8,581	8,954	9,312	9,657	9,988
35	6,511	6,970	7,410	7,832	8,238	8,628	9,003	9,363	9,709	10,041
36	6,550	7,010	7,452	7,877	8,285	8,677	9,053	9,414	9,762	10,095
37	6,589	7,051	7,496	7,922	8,332	8,725	9,103	9,466	9,815	10,150
38	6,628	7,093	7,539	7,968	8,379	8,774	9,154	9,519	9,869	10,205
39	6,668	7,135	7,583	8,014	8,427	8,824	9,206	9,572	9,923	10,261
40	6,708	7,177	7,628	8,061	8,476	8,875	9,258	9,625	9,978	10,317
41	6,749	7,220	7,673	8,108	8,525	8,926	9,310	9,679	10,034	10,374
42	6,790	7,264	7,719	8,156	8,575	8,977	9,363	9,734	10,090	10,432
43	6,831	7,308	7,765	8,204	8,625	9,029	9,417	9,789	10,146	10,490
44	6,873	7,352	7,812	8,252	8,675	9,081	9,471	9,845	10,203	10,548
45	6,916	7,397	7,859	8,302	8,726	9,134	9,525	9,901	10,261	10,607
46	6,959	7,442	7,906	8,351	8,778	9,187	9,580	9,958	10,319	10,667
47	7,002	7,488	7,954	8,402	8,830	9,241	9,636	10,015	10,378	10,727
48	7,046	7,535	8,003	8,453	8,883	9,296	9,693	10,073	10,438	10,788
49	7,091	7,582	8,053	8,504	8,936	9,352	9,750	10,132	10,498	10,850
50	7,136	7,630	8,103	8,556	8,991	9,408	9,808	10,191	10,559	10,912
51	7,182	7,678	8,153	8,608	9,045	9,464	9,866	10,251	10,620	10,975
52	7,228	7,726	8,204	8,661	9,100	9,521	9,924	10,311	10,682	11,038
53	7,274	7,775	8,255	8,715	9,156	9,579	9,984	10,372	10,745	11,102
54	7,321	7,825	8,307	8,769	9,212	9,637	10,044	10,434	10,808	11,167
55	7,369	7,875	8,360	8,824	9,269	9,696	10,105	10,496	10,872	11,232
56	7,418	7,926	8,413	8,880	9,327	9,755	10,166	10,560	10,937	11,298
57	7,467	7,978	8,467	8,936	9,386	9,816	10,228	10,623	11,002	11,365
58	7,516	8,030	8,522	8,993	9,415	9,877	10,291	10,688	11,068	11,433
59	7,566	8,083	8,577	9,051	9,504	9,938	10,354	10,753	11,135	11,501
88° 0′	7,617	8,136	8,633	9,109	9,564	10,000	10,418	10,818	11,202	11,570

Segue Tavola I.

H / z	100m	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
88° 0′	0,354	0,700	1,041	1,374	1.700	2,021	2,334	2,642	2,944	3,240
1	0,357	0,706	1,049	1,385	1,714	2,037	2,353	2,663	2,967	3,265
2	0,360	0,712	1,058	1,396	1,728	2,053	2,371	2,683	2,990	3,290
3	0,363	0,718	1,067	1,408	1,742	2,069	2,390	2,705	3,013	3,315
4	0,366	0,721	1,075	1,419	1,756	2,086	2,409	2,726	3,037	3,341
5	0,369	0,731	1,084	1,431	1,770	2,103	2,429	2,748	3,061	3,367
6	0,372	0,737	1,094	1,443	1,785	2,120	2,449	2,770	3,085	3,394
7	0,376	0,743	1,103	1,455	1,800	2,138	2,469	2,792	3,110	3,421
8	0,379	0,750	1,113	1,468	1,815	2,156	2,489	2,815	3,135	3,448
9	0,382	0,756	1,122	1,480	1,831	2,174	2,510	2,839	3,161	3,476
10	0,386	0,763	1,132	1,493	1,846	2,192	2,531	2,862	3,187	3,505
11	0,389	0,770	1,142	1,506	1,862	2,211	2,552	2,886	3,213	3,534
12	0,393	0,777	1,152	1,519	1,879	2,230	2,574	2,911	3,240	3,563
13	0,397	0,784	1,163	1,533	1,895	2,249	2,596	2,935	3,267	3,593
14	0,400	0,791	1,173	1,547	1,912	2,269	2,619	2,961	3,295	3,623
15	0,404	0,798	1,184	1,561	1,929	2,289	2,641	2,986	3,323	3,653
16	0,408	0,806	1,195	1,575	1,946	2,310	2,665	3,012	3,352	3,684
17	0,412	0,814	1,206	1,589	1,964	2,330	2,688	3,039	3,381	3,716
18	0,416	0,821	1,217	1,604	1,982	2,351	2,712	3,065	3,411	3,748
19	0,420	0,829	1,229	1,619	2,000	2,373	2,737	3,093	3,441	3,781
20	0,424	0,837	1,241	1,635	2,019	2,395	2,762	3,121	3,471	3,814
21	0,428	0,845	1,253	1,650	2,038	2,417	2,787	3,149	3,502	3,848
22	0,433	0,854	1,265	1,666	2,058	2,440	2,813	3,178	3,534	3,882
23	0,437	0,862	1,277	1,682	2,077	2,463	2,839	3,207	3,566	3,917
24	0,441	0,871	1,290	1,699	2,097	2,486	2,866	3,237	3,599	3,953
25	0,446	0,880	1,303	1,715	2,118	2,510	2,893	3,267	3,632	3,989
26	0,450	0,889	1,316	1,732	2,139	2,534	2,921	3,298	3,666	4,026
27	0,455	0,898	1,330	1,750	2,160	2,559	2,949	3,329	3,700	4,063
28	0,460	0,908	1,344	1,768	2,182	2,585	2,978	3,361	3,735	4,101
29	0,465	0,917	1,358	1,786	2,204	2,610	3,007	3,394	3,771	4,140
30	0,470	0,927	1,372	1,805	2,226	2,637	3,037	3,427	3,808	4,179
31	0,475	0,937	1,386	1,824	2,249	2,663	3,067	3,461	3,845	4,219
32	0,481	0,947	1,401	1,843	2,272	2,691	3,098	3,495	3,882	4,260
33	0,486	0,958	1,417	1,863	2,296	2,719	3,130	3,530	3,921	4,301
34	0,491	0,969	1,432	1,883	2,321	2,747	3,162	3,566	3,960	4,344
35	0,497	0,980	1,448	1,903	2,346	2,776	3,195	3,602	4.000	4,387
36	0,503	0,991	1,464	1,924	2,371	2,805	3,228	3,639	4,040	4,431
37	0,509	1,002	1,481	1,945	2,397	2,835	3,262	3,677	4,082	4,475
38	0,515	1,014	1,498	1,967	2,423	2,866	3,297	3,715	4,124	4,521
39	0,521	1,026	1,515	1,990	2,450	2,898	3,332	3,755	4 167	4,567
40	0,528	1,038	1,533	2,013	2,478	2,930	3,369	3,795	4,210	4,614
41	0,534	1,051	1,551	2,036	2,506	2,962	3,406	3,836	4 255	4,663
42	0,541	1,064	1,570	2,060	2,535	2,996	3,443	3,878	4,301	4,712
43	0,518	1,077	1,589	2,084	2,564	3,030	3,482	3,921	4,347	4,762
44	0,555	1,090	1,608	2,109	2,594	3,065	3,521	3,964	4,394	4,813
45	0,562	1,104	1,628	2,135	2,625	3,101	3,561	4,008	4,443	4,865
46	0,569	1,118	1,648	2,161	2,657	3,137	3,602	4,054	4,492	4,918
47	0,577	1,133	1,669	2,188	2,690	3,174	3,644	4,100	4,542	4,972
48	0,585	1,148	1,691	2,215	2,724	3,212	3,687	4,147	4,594	5,027
49	0,593	1,163	1,713	2,243	2,757	3,251	3,731	4,195	4,646	5,083
50	0,601	1,179	1,735	2,272	2,790	3,291	3,775	4,245	4,699	5,141
51	0,609	1,195	1,758	2,301	2,825	3,331	3,821	4,295	4,754	5,199
52	0,618	1,211	1,782	2,331	2,862	3,373	3,869	4,346	4,810	5,259
53	0,627	1,228	1,806	2,362	2,899	3,416	3,915	4,399	4,867	5,320
54	0,636	1,246	1,831	2,394	2,937	3,459	3,964	4,452	4,925	5,382
55	0,645	1,264	1,857	2,427	2,975	3,504	4,014	4,507	4,984	5,446
56	0,655	1,282	1,883	2,460	3,015	3,550	4,066	4,563	5,045	5,511
57	0,665	1,301	1,910	2,494	3,056	3,597	4,118	4,621	5,107	5,577
58	0,675	1,321	1,938	2,529	3,098	3,645	4,171	4,680	5,171	5,645
59	0,686	1,341	1,967	2,566	3,141	3,694	4,226	4,740	5,235	5,714
89° 0′	0,697	1,362	1,996	2,603	3,185	3,744	4,282	4,801	5,302	5,785

H / z	1100m	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000
88° 0′	3,530	3,815	4,095	4,369	4,638	4,902	5,162	5,416	5,666	5,912
1	3,557	3,844	4,125	4,401	4,672	4,938	5,199	5,455	5,706	5,953
2	3,584	3,873	4,156	4,434	4,707	4,974	5,237	5,494	5,747	5,996
3	3,612	3,902	4,187	4,467	4,742	5,011	5,275	5,534	5,789	6,039
4	3,640	3,932	4,219	4,501	4,777	5,048	5,314	5,575	5,831	6,082
5	3,668	3,963	4,252	4,535	4,813	5,086	5,353	5,616	5,873	6,126
6	3,697	3,994	4,285	4,570	4,850	5,124	5,393	5,658	5,916	6,171
7	3,726	4,025	4,318	4,605	4,887	5,163	5,434	5,700	5,960	6,216
8	3,756	4,057	4,352	4,641	4,924	5,202	5,475	5,742	6,005	6,262
9	3,786	4,089	4,386	4,677	4,962	5,242	5,516	5,786	6,050	6,309
10	3,816	4,121	4,430	4,714	5,001	5,283	5,559	5,830	6,095	6,356
11	3,847	4,155	4,456	4,751	5,040	5,324	5,602	5,874	6,141	6,403
12	3,879	4,188	4,492	4,789	5,080	5,365	5,645	5,919	6,188	6,452
13	3,911	4,222	4,528	4,827	5,120	5,407	5,689	5,965	6,236	6,501
14	3,943	4,257	4,565	4,866	5,161	5,450	5,734	6,012	6,284	6,551
15	3,976	4,292	4,602	4,906	5,203	5,494	5,779	6,059	6,333	6,601
16	4,010	4,328	4,640	4,946	5,245	5,538	5,825	6,107	6,382	6,653
17	4,044	4,365	4,679	4,987	5,288	5,583	5 872	6,155	6,433	6,705
18	4,079	4,402	4,718	5,028	5,331	5,628	5,919	6,204	6,484	6,757
19	4,114	4,439	4,758	5,070	5,375	5,674	5,967	6,254	6,535	6,811
20	4,149	4,477	4,799	5,113	5,420	5,721	6,016	6,305	6,588	6,865
21	4,186	4,516	4,840	5,156	5,466	5,769	6,066	6,356	6,641	6,920
22	4,223	4,556	4,881	5,200	5,512	5,817	6,116	6,408	6,695	6,976
23	4,260	4,596	4,924	5,245	5,559	5,866	6,167	6,461	6,750	7,032
24	4,298	4,636	4,967	5,290	5,607	5,916	6,219	6,515	6,806	7,090
25	4,337	4,678	5,011	5,336	5,655	5,967	6,272	6,570	6,862	7,148
26	4,377	4,720	5,055	5,383	5,704	6,018	6,325	6,625	6,919	7,207
27	4,417	4,763	5,101	5,431	5,754	6,070	6,379	6,681	6,977	7,267
28	4,458	4,806	5,147	5,479	5,805	6,123	6,434	6,739	7,036	7,328
29	4,499	4,850	5,193	5,529	5,857	6,177	6,490	6,797	7,096	7,390
30	4,541	4,895	5,241	5,579	5,909	6,232	6,547	6,855	7,157	7,452
31	4,584	4,941	5,289	5,630	5,962	6,287	6,604	6,915	7,219	7,516
32	4,628	4,988	5,339	5,681	6,016	6,343	6,663	6,976	7,282	7,581
33	4,673	5,035	5,389	5,734	6,071	6,401	6,723	7,038	7,345	7,647
34	4,718	5,083	5,440	5,787	6,127	6,459	6,783	7,100	7,410	7,713
35	4,764	5,132	5,491	5,842	6,184	6,518	6,845	7,164	7,476	7,781
36	4,811	5,182	5,544	5,897	6,242	6,579	6,907	7,229	7,543	7,849
37	4,859	5,233	5,598	5,954	6,301	6,640	6,971	7,294	7,610	7,919
38	4,908	5,285	5,652	6,011	6,361	6,702	7,036	7,361	7,679	7,990
39	4,957	5,337	5,708	6,069	6,421	6,765	7,101	7,429	7,749	8,062
40	5,008	5,391	5,764	6,128	6,483	6,830	7,168	7,498	7,820	8,135
41	5,059	5,445	5,822	6,189	6,546	6,895	7,236	7,568	7,893	8,210
42	5,112	5,501	5,880	6,250	6,610	6,962	7,305	7,639	7,966	8,285
43	5,165	5,558	5,940	6,312	6,675	7,029	7,375	7,712	8,041	8,362
44	5,219	5,615	6,001	6,376	6,742	7 098	7,446	7,785	8,117	8,440
45	5,275	5,674	6,063	6,441	6,809	7,168	7,519	7,860	8,194	8,519
46	5,332	5,734	6,126	6,507	6,878	7,240	7,592	7,936	8,272	8,599
47	5,389	5,795	6,190	6,574	6,948	7,312	7,667	8,014	8,351	8,681
48	5,448	5,857	6,255	6,642	7,019	7,386	7,744	8,092	8,432	8,764
49	5,508	5,920	6,321	6,712	7,091	7,461	7,821	8,172	8,515	8,848
50	5,569	5,985	6,389	6,783	7,165	7,537	7,900	8,254	8,598	8,934
51	5,631	6,051	6,458	6,855	7,240	7,615	7,981	8,337	8,683	9,021
52	5,695	6,117	6,529	6,928	7,317	7,694	8,062	8,421	8,770	9,110
53	5,760	6,186	6,601	7,003	7,394	7,775	8,146	8,506	8,858	9,200
54	5,826	6,256	6,674	7,079	7,474	7,857	8,230	8,593	8,947	9,292
55	5,893	6,327	6,748	7,157	7,554	7,940	8,316	8,682	9,038	9,385
56	5,962	6,400	6,821	7,236	7,637	8,026	8,404	8,772	9,131	9,480
57	6,033	6,474	6,902	7,317	7,720	8,112	8,493	8,864	9,225	9,576
58	6,104	6,549	6,981	7,399	7,806	8,200	8,584	8,957	9,321	9,674
59	6,178	6,626	7,061	7,483	7,893	8,290	8,677	9,052	9,418	9,774
89° 0′	6,253	6,705	7,143	7,569	7,981	8,382	8,771	9,149	9,517	9,875

Segue Tavola I.

H / z	2100m	2200	2300	2400	2500	2600	2700	2800	2900	3000
88° 0′	6.152	6.389	6,621	6,850	7.074	7.294	7,510	7.722	7,931	8,136
1	6.196	6.434	6,667	6,897	7.122	7,343	7,561	7.774	7,984	8.190
2	6,240	6.479	6,714	6,944	7.171	7.393	7,612	7,827	8.037	8,245
3	6.284	6.524	6.761	6,993	7.221	7.444	7.664	7.880	8,092	8,300
4	6.329	6.571	6,809	7,042	7.271	7.496	7.717	7.934	8.147	8,356
5	6.374	6.618	6.857	7,092	7.322	7.548	7.770	7.988	8.202	8,413
6	6.420	6.665	6,906	7.142	7.373	7.601	7.824	8,043	8.259	8,470
7	6.467	6.713	6,955	7.193	7.425	7.654	7.879	8,099	8.316	8,528
8	6.515	6.762	7.006	7.244	7.478	7.708	7,934	8.156	8.373	8,587
9	6.563	6.812	7.057	7.296	7.532	7.763	7.990	8,213	8.432	8,646
10	6.611	6.862	7.108	7.349	7.586	7.819	8,047	8.271	8.491	8,706
11	6.661	6.913	7.160	7.403	7.641	7.875	8.104	8.329	8,550	8,767
12	6.711	6,964	7.213	7.457	7.697	7.932	8.162	8.389	8.611	8,829
13	6.761	7.016	7.267	7.512	7.753	7.990	8.221	8.449	8.673	8,892
14	6,813	7.069	7.321	7.568	7.810	8.048	8.281	8,510	8.735	8,955
15	6.865	7.123	7.376	7.625	7.868	8.107	8.342	8.572	8.793	9,019
16	6.918	7.177	7.432	7.682	7.927	8.167	8.403	8.634	8.861	9,084
17	6.971	7.232	7.489	7.740	7.986	8.228	8.465	8.698	8.926	9.150
18	7.025	7.288	7.546	7.799	8.047	8.290	8.528	8.762	8.991	9,216
19	7.081	7.345	7.604	7.859	8.108	8.352	8.592	8.827	9.058	9,284
20	7.137	7.403	7.663	7.919	8.170	8.415	8.656	8.893	9.125	9,352
21	7.193	7.461	7.723	7.980	8.232	8.480	8.722	8.960	9.193	9,421
22	7.251	7.520	7.784	8.043	8.296	8.545	8.788	9.027	9.261	9.491
23	7.309	7.580	7.845	8.106	8.360	8.611	8.855	9.096	9.331	9,562
24	7.368	7.641	7.908	8.169	8.426	8.677	8.924	9.165	9.402	9.634
25	7.428	7.702	7.971	8.234	8.493	8.745	8.993	9.236	9.474	9.707
26	7.489	7.765	8.035	8.300	8.559	8.814	9.063	9.307	9.546	9.780
27	7.551	7.828	8.100	8.366	8.627	8.883	9.133	9.379	9.620	9.856
28	7.613	7.893	8.166	8.434	8.696	8.954	9.205	9.452	9.694	9.931
29	7.677	7.958	8.233	8.503	8.767	9.025	9.278	9.527	9.770	10,008
30	7.741	8.024	8.301	8.572	8.838	9.098	9.352	9.602	9.846	10,086
31	7.807	8.091	8.370	8.643	8.910	9.171	9.427	9.678	9.924	10,165
32	7.873	8.160	8.440	8.715	8.983	9.246	9.503	9.755	10,003	10,245
33	7.941	8.229	8.511	8.787	9.057	9.321	9.580	9.834	10,082	10,326
34	8.009	8.299	8.583	8.860	9.132	9.398	9.658	9.913	10,163	10,408
35	8.079	8.370	8.656	8.935	9.208	9.476	9.737	9.994	10,245	10,491
36	8.150	8.443	8.730	9.011	9.286	9.555	9.818	10,076	10,328	10,575
37	8.221	8.517	8.805	9.088	9.364	9.635	9.899	10,159	10,412	10,661
38	8.294	8.591	8.882	9.166	9.444	9.716	9.982	10,243	10,498	10,748
39	8.368	8.667	8.959	9.245	9.524	9.798	10,066	10,328	10,584	10,835
40	8.443	8.744	9.038	9.325	9.606	9.882	10,151	10,414	10,672	10,924
41	8.519	8.822	9.118	9.407	9.690	9.966	10.237	10.502	10.761	11,015
42	8.597	8.901	9.199	9.490	9.774	10.052	10.324	10.591	10.851	11.106
43	8.675	8.982	9.281	9.574	9.860	10.139	10.413	10.681	10.943	11.199
44	8.755	9.063	9.365	9.659	9.947	10.228	10.503	10.772	11.036	11.293
45	8.836	9.146	9.450	9.746	10.035	10.318	10.594	10.865	11.130	11.389
46	8.919	9.231	9.536	9.834	10.124	10.409	10.687	10.959	11.225	11.486
47	9.002	9.316	9.623	9.923	10.215	10.501	10.781	11.054	11.322	11.584
48	9.088	9.403	9.712	10.013	10.308	10.595	10.876	11.151	11.420	11.683
49	9.174	9.492	9.802	10.105	10.401	10.691	10.973	11.250	11.520	11.784
50	9.262	9.582	9.894	10.199	10.496	10.787	11.071	11.349	11.621	11.887
51	9.351	9.673	9.987	10.293	10.593	10.885	11.171	11.450	11.723	11.990
52	9.442	9.766	10.082	10.390	10.691	10.985	11.272	11.553	11.827	12.096
53	9.534	9.860	10.178	10.488	10.790	11.086	11.375	11.657	11.933	12.203
54	9.628	9.955	10.275	10.587	10.891	11.189	11.479	11.763	12.040	12.311
55	9.723	10.051	10.374	10.688	10.994	11.293	11.585	11.870	12.148	12.421
56	9.820	10.152	10.475	10.791	11.098	11.399	11.692	11.979	12.259	12.532
57	9.919	10.252	10.577	10.895	11.204	11.506	11.801	12.089	12.371	12.646
58	10.019	10.354	10.681	11.000	11.312	11.615	11.912	12.201	12.484	12.760
59	10.121	10.458	10.787	11.108	11.421	11.726	12.024	12.315	12.599	12.877
89° 0	10.224	10.563	10.894	11.217	11.532	11.839	12.138	12.430	12.716	12.995

H / z	3100m	3200	3300	3400	3500	3600	3700	3800	3900	4000
88° 0′	8,337	8,535	8,730	8,921	9,109	9,293	9,475	9,653	9,828	10,000
1	8,392	8,591	8,786	8,979	9,168	9,353	9,535	9,714	9,890	10,063
2	8,448	8.648	8,844	9,037	9,227	9,413	9,596	9,776	9,953	10,127
3	8,504	8,705	8,903	9,097	9,287	9,474	9,658	9,839	10,017	10,191
4	8,561	8,763	8,962	9,157	9,348	9,536	9,721	9,903	10,081	10,256
5	8,619	8,822	9,021	9,217	9,410	9,599	9,784	9.967	10,146	10,322
6	8,678	8,881	9,082	9,279	9,472	9,662	9,848	10,032	10,212	10,388
7	8,737	8,942	9,143	9,341	9,535	9,726	9,913	10,097	10,278	10,456
8	8,797	9,003	9,205	9,404	9,599	9,790	9,979	10,164	10,345	10,524
9	8,857	9,064	9,267	9,467	9,663	9,856	10,045	10,231	10,413	10,593
10	8,918	9,126	9,331	9,532	9,728	9,922	10,112	10,299	10,482	10,662
11	8,980	9,190	9,395	9,597	9,794	9,989	10,180	10,367	10,552	10,733
12	9,043	9,254	9,460	9,663	9,861	10,057	10,249	10,437	10,622	10,804
13	9,107	9,318	9,526	9,729	9,929	10,125	10,318	10,508	10,693	10,876
14	9,171	9,384	9,592	9,797	9,997	10,195	10,388	10,579	10,765	10,949
15	9,236	9,450	9,659	9,865	10,067	10,265	10,460	10,651	10,838	11,023
16	9,303	9,517	9,728	9,934	10,137	10,336	10,532	10,724	10,912	11,097
17	9,369	9,585	9,797	10,004	10,208	10,408	10,605	10,797	10,987	11,173
18	9,437	9,654	9,866	10,075	10,280	10,481	10,678	10,872	11,062	11,249
19	9,506	9,723	9,937	10,147	10,353	10,555	10,753	10,948	11,139	11,326
20	9,575	9,794	10,009	10,219	10,426	10,629	10,829	11,024	11,216	11,404
21	9,646	9,865	10,081	10,293	10,501	10,705	10,905	11,101	11,294	11,484
22	9,717	9,938	10,155	10,368	10,576	10,781	10,983	11,180	11,373	11,564
23	9,789	10,011	10,229	10,443	10,652	10.859	11,061	11,259	11,454	11,645
24	9,862	10,085	10,304	10,519	10,730	10,937	11,140	11,339	11,535	11,727
25	9,936	10,160	10,381	10,597	10,809	11,016	11,220	11,420	11,617	11,810
26	10,011	10,237	10,458	10,675	10,888	11,097	11,301	11,503	11,700	11,894
27	10,087	10,314	10,536	10,754	10,968	11,178	11,384	11,586	11,784	11,978
28	10,164	10,392	10,615	10,834	11,049	11,260	11,467	11,670	11,869	12,064
29	10,242	10,471	10,696	10,916	11,132	11,344	11,551	11,755	11,955	12,151
30	10,321	10,551	10,777	10,998	11,215	11,428	11,637	11,842	12,042	12,239
31	10,401	10,632	10,859	11,081	11,300	11,513	11,723	11,929	12,131	12,328
32	10,482	10,715	10,943	11,166	11,385	11,600	11,811	12,017	12,220	12,419
33	10,564	10,798	11,027	11,252	11,472	11,688	11,899	12,107	12,310	12,510
34	10,648	10,882	11,113	11,338	11,560	11,776	11,989	12,198	12,402	12,603
35	10,732	10,968	11,199	11,426	11,649	11,866	12,080	12,289	12,495	12,696
36	10,818	11,055	11,287	11,515	11,739	11,957	12,172	12,382	12,589	12,791
37	10,904	11,143	11,376	11,605	11,830	12,050	12,265	12,477	12,684	12,887
38	10,992	11,232	11,467	11,697	11,922	12,143	12,360	12,572	12,780	12,984
39	11,081	11,322	11,558	11,789	12,016	12,238	12,455	12,669	12,878	13,082
40	11,172	11,414	11,651	11,883	12,111	12,334	12,552	12,766	12,976	13,182
41	11,263	11,507	11,745	11,978	12,207	12,431	12,650	12,865	13.076	13,283
42	11,356	11,601	11,840	12,074	12,304	12,529	12,750	12,966	13.178	13,385
43	11,450	11,696	11,936	12,172	12,403	12,629	12,850	13,067	13,280	13,488
44	11,545	11,792	12,034	12,271	12,503	12,730	12,952	13,170	13,384	13,593
45	11,642	11,890	12,133	12,371	12,604	12,832	13,056	13,275	13,489	13,699
46	11,740	11,990	12,234	12,473	12,707	12,936	13.160	13 380	13,595	13,807
47	11,839	12,090	12,335	12,575	12,811	13,041	13,266	13,487	13 703	13,915
48	11,940	12,192	12,439	12,680	12,916	13,147	13,374	13,595	13,813	14,025
49	12,043	12,296	12,543	12,786	13,023	13,255	13,483	13,705	13,923	14,137
50	12,146	12,401	12,649	12,893	13,131	13,361	13,593	13,816	14,035	14,250
51	12,251	12,507	12,757	13,001	13,241	13,475	13,704	13,929	14,149	14,364
52	12,358	12,615	12,866	13,111	13,352	13,587	13,818	14,043	14,264	14,480
53	12,466	12,724	12,976	13,223	13,465	13,701	13,932	14,159	14,381	14,598
54	12,576	12,835	13,098	13,336	13,579	13,816	14.048	14,276	14,499	14,717
55	12,687	12,947	13,202	13,451	13,694	13,933	14,166	14,395	14,618	14,837
56	12,800	13,061	13,317	13,567	13,812	14,051	14,285	14,515	14,739	14,959
57	12,914	13,177	13,434	13,685	13,931	14,171	14,406	14,637	14,862	15,083
58	13,030	13,294	13,552	13,805	14,051	14,293	14,529	14,760	14,986	15,208
59	13,148	13,413	13,672	13,926	14,174	14,416	14,653	14,885	15,112	15,335
89° 0′	13,267	13,534	13,794	14,049	14,297	14,541	14,779	15,012	15,240	15,463

Segue TAVOLA I.

H / z	4100ᵐ	4200	4300	4400	4500	4600	4700	4800	4900	5000
88° 0′	10,170	10,336	10,500	10,660	10,819	10,974	11,127	11,277	11,425	11,570
1	10,233	10,400	10,565	10,726	10,885	11,041	11,194	11,345	11,494	11,640
2	10,298	10,465	10,630	10,793	10,952	11,109	11,263	11,414	11,563	11,710
3	10,363	10,531	10,697	10,860	11,020	11,177	11,332	11,484	11,634	11,781
4	10,429	10,598	10,764	10,928	11,089	11,247	11,402	11,555	11,705	11,852
5	10,495	10,665	10,832	10,997	11,158	11,317	11,473	11,626	11,777	11,925
6	10,562	10,733	10,901	11,066	11,228	11,388	11,544	11,698	11,849	11,998
7	10,630	10,802	10,971	11,136	11,299	11,459	11,616	11,771	11,923	12,072
8	10,699	10,872	11,041	11,207	11,371	11,532	11,689	11,845	11,997	12,147
9	10,769	10,942	11,112	11,279	11,443	11,605	11,763	11,919	12,072	12,223
10	10,839	11,013	11,184	11,352	11,517	11,679	11,838	11,994	12,148	12,299
11	10,911	11,085	11,257	11,426	11,591	11,754	11,914	12,071	12,225	12,377
12	10,983	11,158	11,330	11,500	11,666	11,829	11,990	12,148	12,303	12,455
13	11,056	11,232	11,404	11,575	11,742	11,906	12,067	12,225	12,381	12,534
14	11,129	11,306	11,480	11,651	11,818	11,983	12,145	12,304	12,460	12,614
15	11,204	11,381	11,556	11,727	11,896	12,061	12,224	12,384	12,540	12,695
16	11,279	11,457	11,633	11,805	11,974	12,140	12,304	12,464	12,621	12,776
17	11,355	11,534	11,711	11,884	12,053	12,220	12,384	12,545	12,703	12,859
18	11,432	11,612	11,789	11,963	12,134	12,301	12,466	12,627	12,786	12,942
19	11,510	11,691	11,869	12,043	12,215	12,383	12,548	12,710	12,870	13,027
20	11,589	11,771	11,950	12,125	12,297	12,466	12,632	12,795	12,955	13,112
21	11,669	11,852	12,031	12,207	12,380	12,549	12,716	12,880	13,040	13,198
22	11,750	11,933	12,113	12,290	12,464	12,634	12,801	12,966	13,127	13,285
23	11,832	12,016	12,197	12,371	12,548	12,719	12,887	13,052	13,214	13,373
24	11,915	12,100	12,281	12,459	12,634	12,806	12,975	13,140	13,303	13,463
25	11,999	12,184	12,367	12,545	12,721	12,891	13,063	13,229	13,392	13,553
26	12,083	12,270	12,453	12,633	12,809	12,982	13,152	13,319	13,483	13,644
27	12,169	12,356	12,540	12,721	12,898	13,072	13,242	13,410	13,574	13,736
28	12,256	12,444	12,629	12,810	12,988	13,162	13,334	13,502	13,667	13,829
29	12,341	12,533	12,718	12,900	13,079	13,254	13,426	13,595	13,761	13,923
30	12,433	12,622	12,808	12,992	13,171	13,347	13,519	13,689	13,855	14,019
31	12,523	12,713	12,900	13,084	13,264	13,440	13,614	13,784	13,951	14,115
32	12,614	12,805	12,992	13,177	13,358	13,535	13,709	13,880	13,048	14,213
33	12,706	12,898	13,087	13,272	13,453	13,631	13,806	13,978	14,146	14,311
34	12,799	12,992	13,182	13,367	13,550	13,728	13,904	14,076	14,245	14,411
35	12,894	13,088	13,278	13,464	13,647	13,827	14,003	14,176	14,345	14,512
36	12,990	13,184	13,375	13,562	13,716	13,926	11,103	14,277	14,447	14,614
37	13,086	13,282	13,474	13,661	13,846	14 027	14,204	14,379	14,549	14,717
38	13,184	13,381	13,573	13,762	13,947	14,129	14,307	14,482	14,653	14,822
39	13,283	13,481	13,674	13,863	14,019	14,232	11,411	14,586	14,758	14,927
40	13,384	13,582	13,776	13,966	14,153	14,336	14,516	14,692	14,865	15,034
41	13,486	13,684	13,879	14,070	14,258	14,442	14,622	14,799	14,972	15,143
42	13,589	13,788	13,981	11,176	14,364	14,518	14,729	14,907	15,081	15,252
43	13,693	13,893	14,090	14,282	14,471	14,656	14,838	15,016	15,191	15,362
44	13,798	14,000	14,197	14,390	14,580	14,766	11,948	15,127	15,302	15,474
45	13,905	14,107	14,305	14,499	14,690	14,876	15,059	15,239	15,415	15,588
46	14,013	11,216	14,415	14,610	14,801	14,988	15,172	15,352	15,529	15,702
47	11,123	14,327	14,526	14,722	14,914	15,102	15,286	15,467	15,644	15,818
48	11,231	11,439	14,639	14,835	15,028	15,217	15,402	15,583	15,761	15,936
49	11,347	11,552	14,753	14,950	15,143	15,333	15,519	15,701	15,879	16,055
50	14,460	14,666	14,868	15,066	15,260	15,450	15,637	15,820	15,999	16,175
51	14,576	14,782	14,985	15,184	15,378	15,569	15,756	15,940	16,120	16,296
52	14,692	14,900	15,103	15,303	15,498	15,690	15,878	16,062	16,242	16,419
53	14,811	15,019	15,223	15,423	15,620	15,812	16,000	16,185	16,366	16,544
54	11,930	15,140	15,345	15,545	15,742	15,935	16,124	16,310	16,491	16,670
55	15,052	15,262	15,468	15,669	15,867	16,060	16,250	16,136	16,618	16,797
56	15,175	15,385	15,592	15,794	15,993	16,187	16,377	16,564	16,747	16,926
57	15,299	15,511	15,718	15,921	16,120	16,315	16,506	16,693	16,877	17,057
58	15,425	15,637	15,845	16,049	16,219	16,445	16 636	16,824	17,008	17,189
59	15,553	15,766	15,975	16,179	16,380	16,576	16,768	16,957	17,141	17,323
89° 0′	15,682	15,896	16,106	16,311	16,512	16,709	16,902	17,091	17,276	17,458

TAVOLA II.

Variazioni della distanza zenitale apparente lungo la traiettoria dei raggi luminosi dal mare fino a 5000^m di altezza. — Detta z la D.Z. app. di un raggio luminoso al mare e z_u la D.Z. del

H / z	250^m	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500
°	′	′	′	′	′	′	′	′	′	′
50	0,1	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,4
60	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,3	1,5	1.7	1,9
65	0,2	0,5	0.7	1,0	1,2	1,3	1.7	1,9	2.1	2,4
70	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2.1	2.4	2.7	3.1
71	0,3	0,7	1,0	1,3	1,6	1,9	2.2	2,6	2,9	3,2
72	0,3	0,7	1,0	1,4	1,7	2,1	2.4	2,8	3,1	3,5
73	0,4	0,8	1,1	1,5	1,8	2,2	2,5	2,9	3,3	3.7
74	0,4	0,8	1,1	1,5	1,9	2,3	2,7	3,1	3,5	3,9
75	0.4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,5	2,9	3,3	3,7	4,1
76	0,4	0,9	1,3	1,8	2,2	2,7	3,1	3,6	4,0	4,5
77	0.5	1,0	1,4	1,9	2,4	2,9	3,3	3,8	4,3	4,8
78	0,5	1,0	1,5	2,1	2,6	3,1	3,6	4,2	4.7	5,3
79	0.6	1,1	1.7	2,3	2,8	3,4	4,0	4,6	5,2	5.8
80	0,6	1,3	1,9	2,5	3,1	3,8	4,4	5,1	5,7	6,3
81	0,7	1,4	2,1	2,8	3,5	4,2	4,9	5,6	6,3	7,0
82	0,8	1,6	2,3	3,1	3,9	4,7	5,5	6,3	7,1	7,9
83	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5	5,2	6,3	7,2	8,1	9,0
84	1,0	2,1	3,2	4,2	5,2	6,3	7,3	8,4	9,4	10,5
85,0	1,25	2,50	3,74	4,99	6,24	7,49	8,74	9,99	11,24	12,49
85,1	1,27	2,55	3,82	5,10	6,37	7,65	8,92	10,19	11,46	12,74
85,2	1,30	2,60	3,90	5,20	6,50	7,80	9,10	10,40	11,69	12,99
85,3	1,33	2,65	3,98	5,30	6,63	7,96	9,29	10,61	11,93	12,26
85,4	1,36	2,72	4,07	5,42	6,77	8,13	9,48	10,83	12,18	13,53
85,5	1,39	2,78	4,16	5,54	6,92	8,31	9,69	11,07	12,44	13,82
85,6	1,42	2,84	4,25	5,66	7,07	8,49	9,90	11,31	12,71	14,12
85,7	1,45	2,90	4,34	5,79	7,23	8,68	10,12	11,56	12,99	14,43
85,8	1,48	2,97	4,45	5,93	7,40	8,88	10,35	11,82	13,29	14,76
85,9	1,52	3,04	4,56	6,07	7,58	9,09	10,60	12,10	13,60	15,10
86,0	1,56	3,12	4,67	6,22	7,77	9,31	10,85	12,39	13,92	15,46
86,1	1,60	3,20	4,79	6,38	7,96	9,54	11,12	12,69	14,26	15,83
86,2	1,64	3,28	4,91	6,54	8,16	9,78	11,40	13,01	14,61	16,21
86,3	1,69	3,37	5,04	6,71	8,38	10,04	11,69	13,34	14,98	16,62
86,4	1,73	3,46	5,17	6,89	8,60	10,30	12 00	13,69	15,38	17,06
86,5	1,78	3,56	5,32	7,08	8,83	10,58	12,32	14,06	15,79	17,51
86,6	1,83	3,66	5 47	7,28	9,08	10,87	12,66	14,44	16,22	17,99
86,7	1,89	3,77	5,64	7,50	9,35	11,19	13,03	14,86	16,67	18,48
86,8	1,95	3,89	5,81	7,72	9,63	11,53	13,41	15,29	17,15	19,01
86,9	2,01	4,01	5,99	7,97	9,93	11,88	13,81	15 74	17,66	19,57
87,0	2,07	4,13	6,18	8,22	10,24	12,25	14,24	16,22	18,19	20,15
87.1	2,14	4,27	6,39	8,49	10,57	12,64	14,69	16,73	18,76	20,78
87,2	2,22	4,42	6,61	8,78	10,93	13 06	15,18	17,28	19,37	21,44
87,3	2,30	4,58	6,84	9,09	11,31	13,51	15,69	17,86	20,01	22,14
87,4	2,39	4,76	7,10	9,41	11,71	13,99	16,24	18,48	20,69	22,89
87,5	2,49	4,94	7,37	9,77	12,15	14,50	16,82	19,13	21,41	23,68
87,6	2,59	5,14	7,66	10,15	12,61	15,04	17,45	19,83	22,19	21,53
87,7	2,70	5,36	7,98	10,56	13,11	15,63	18,12	20,58	23,02	25,43
87,8	2,82	5,59	8,32	11,01	13,66	16,27	18,85	21,39	23,91	26,40
87,9	2,95	5,84	8,69	11,49	14,25	16,96	19,63	22,26	21,86	27,43
88,0	3,19	6,12	9,10	12,02	14,89	17,71	21,48	24,21	26,90	29,55

raggio medesimo all'altezza H, la tavola fornisce in corrispondenza agli argomenti z ed H il valore $z - z_H$,

H / z	2750m	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	4750	5000
°	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'
50	1,5	1,6	1,7	1,9	2,0	2,2	2,3	2,5	2,6	2,7
60	2,1	2,4	2,5	2,7	2,9	3,1	3,3	3,5	3,7	3,9
65	2,6	2,9	3,1	3,4	3,6	3,9	4,1	4,4	4,6	4,9
70	3,4	3,7	4,0	4,3	4,6	5,0	5,3	5,6	5,9	6,3
71	3,6	3,9	4,2	4,6	4,9	5,3	5,6	5,9	6,2	6,6
72	3,8	4,2	4,5	4,9	5,2	5,6	5,9	6,3	6,6	7,0
73	4,0	4,4	4,8	5,2	5,5	5,9	6,3	6,7	7,0	7,4
74	4,3	4,7	5,1	5,5	5,9	6,3	6,7	7,1	7,5	7,9
75	4,6	5,0	5,4	5,9	6,3	6,7	7,2	7,6	8,0	8,5
76	4,9	5,4	5,8	6,3	6,7	7,2	7,7	8,2	8,6	9,1
77	5,3	5,8	6,3	6,8	7,3	7,8	8,3	8,8	9,3	9,8
78	5,8	6,3	6,8	7,4	7,9	8,5	9,0	9,6	10,1	10,7
79	6,3	6,9	7,5	8,1	8,7	9,3	9,8	10,5	11,1	11,7
80	6,9	7,6	8,2	8,9	9,5	10,2	10,8	11,5	12,1	12,8
81	7,7	8,4	9,1	9,8	10,6	11,3	12,0	12,7	13,5	14,2
82	8,7	9,5	10,3	11,1	11,9	12,7	13,5	14,3	15,1	15,9
83	9,9	10,8	11,7	12,6	13,5	14,4	15,3	16,2	17,2	18,1
84	11,5	12,6	13,6	14,7	15,8	16,9	17,9	19,0	20,0	21,1
85,0	13,74	14,99	16,23	17,48	18,73	19,98	21,22	22,47	23,72	24,97
85,1	14,01	15,28	16,55	17,83	19,10	20,37	21,63	22,90	24,17	25,44
85,2	14,29	15,59	16,88	18,18	19,47	20,77	22,05	23,34	24,63	25,93
85,3	14,58	15,90	17,22	18,54	19,86	21,18	22,49	23,80	25,12	26,44
85,4	14,88	16,23	17,57	18,92	20,26	21,60	22,94	24,28	25,62	26,96
85,5	15,20	16,57	17,94	19,32	20,68	22,05	23,42	24,78	26,15	27,51
85,6	15,53	16,93	18,33	19,73	21,12	22,52	23,91	25,30	26,69	28,08
85,7	15,87	17,30	18,73	20,15	21,57	23,00	24,41	25,83	27,25	28,67
85,8	16,22	17,68	19,14	20,59	22,04	23,50	24,94	26,39	27,84	29,28
85,9	16,59	18,08	19,57	21,06	22,54	24,02	25,50	26,98	28,45	29,91
86,0	16,98	18,50	20,02	21,54	23,06	24,57	26,08	27,58	29,08	30,57
86,1	17,39	18,95	20,50	22,05	23,60	25,14	26,68	28,21	29,74	31,26
86,2	17,81	19,41	21,00	22,59	24,16	25,74	27,31	28,88	30,44	31,99
86,3	18,26	19,89	21,52	23,14	24,76	26,37	27,97	29,57	31,17	32,76
86,4	18,73	20,40	22,06	23.72	25,38	27,02	28,66	29,30	31,93	33.55
86,5	19,22	20,93	22,63	24,33	26,02	27,70	29,38	31,05	32,72	34,38
86,6	19,74	21,49	23,23	24,97	26,70	28,42	30,14	31,85	33,55	35,25
86,7	20,28	22.08	23,86	25,64	27,41	29.17	30,93	32,68	34,42	36,15
86,8	20,86	22,70	24,53	26,35	28,16	29.96	31,76	33,56	35,33	37,10
86,9	21,46	23,35	25,22	27.09	28,95	30,80	32,64	34,47	36,28	38,09
87,0	22,10	24,04	25,96	27,88	29,78	31,68	33,56	35,43	37,29	39,14
87,1	22,78	24.77	26,74	28,71	30,66	32,60	34,53	36,44	38,35	40,24
87,2	23,50	25,54	27,57	29,58	31,58	33,57	35,55	37,51	39,47	41.41
87,3	24,26	26,36	28,44	30,51	32,56	34,60	36,63	38,64	40,64	42,63
87,4	25,06	27,22	29,36	31,49	33,60	35,69	37,77	39,83	41,88	43,91
87,5	25,92	28.14	30,34	32,53	34,69	36,84	38,97	41,08	43,18	45,26
87,6	26,84	29,13	31,39	33,63	35,86	38,06	40,25	42,41	44,56	46,69
87,7	27,81	30,17	32,50	34,80	37,09	39,35	41,60	43,82	46,02	48,20
87,8	28,85	31,28	33,68	36,05	38,40	40,73	43,03	45,31	47,57	49,80
87,9	29,97	32,47	34,94	37,38	39,80	42,19	44,56	46,89	49,21	51,50
88,0	31,17	33,75	36,30	38,82	41,30	43,76	46,19	48,58	50,95	53,30

Segue Tavola II.

z / H	88°0'	88°4'	88°8'	88°12'	88°16'	88°20'	88°24'	88°28'
m	'	'	'	'	'	'	'	'
100	1,24	1,29	1,33	1,38	1,43	1,49	1,55	1,62
200	2,47	2,56	2,65	2,75	2,85	2,96	3,08	3,21
300	3,70	3,82	3,96	4,10	4,25	4,41	4,59	4,78
400	4,91	5,08	5,26	5,44	5,64	5,85	6,08	6,33
500	6,12	6,32	6,54	6,77	7,01	7,27	7,55	7,85
600	7,32	7,56	7,81	8,08	8,37	8,68	9,01	9,36
700	8,51	8,78	9,07	9,38	9,71	10,06	10,44	10,85
800	9,68	10,00	10,32	10,67	11,04	11,43	11,86	12,32
900	10,85	11,19	11,56	11,94	12,35	12,79	13,26	13,77
1000	12,01	12,39	12,79	13,20	13,66	14,14	14,65	15,20
1100	13,16	13,57	14,00	14,46	14,95	15,47	16,02	16,61
1200	14,31	14,75	15,21	15,71	16,23	16,79	17,38	18,01
1300	15,45	15,92	16,41	16,94	17,50	18,09	18,73	19,40
1400	16,58	17,08	17,61	18,16	18,76	19,39	20,06	20,77
1500	17,70	18,23	18,79	19,38	20,00	20,67	21,38	22,13
1600	18,81	19,37	19,96	20,59	21,24	21,94	22,69	23,47
1700	19,92	20,50	21,12	21,78	22,47	23,20	23,98	24,80
1800	21,02	21,63	22,28	22,96	23,69	24,45	25,26	26,12
1900	22,11	22,75	23,43	24,14	24,89	25,69	26,53	27,42
2000	23,20	23,87	24,57	25,31	26,09	26,91	27,79	28,71
2100	24,28	24,97	25,70	26,47	27,28	28,13	29,04	29,99
2200	25,36	26,07	26,83	27,62	28,46	29,34	30,28	31,26
2300	26,43	27,17	27,95	28,77	29,63	30,54	31,51	32,52
2400	27,49	28,25	29,06	29,90	30,79	31,74	32,73	33,77
2500	28,55	29,33	30,16	31,03	31,95	32,92	33,93	35,01
2600	29,60	30,40	31,26	32,15	33,10	34,09	35,13	36,24
2700	30,64	31,47	32,35	33,27	34,24	35,25	36,32	37,45
2800	31,68	32,53	33,43	34,38	35,37	36,41	37,50	38,66
2900	32,71	33,59	34,51	35,48	36,49	37,56	38,68	39,86
3000	33,74	34,64	35,58	36,57	37,61	38,70	39,85	41,05
3100	34,77	35,69	36,65	37,66	38,72	39,83	41,00	42,23
3200	35,79	36,73	37,71	38,74	39,82	40,96	42,15	43,40
3300	36,80	37,76	38,76	39,82	40,92	42,08	43,29	44,57
3400	37,81	38,79	39,81	40,89	42,01	43,19	44,42	45,73
3500	38,81	39,81	40,86	41,95	43,09	44,29	45,55	46,87
3600	39,81	40,83	41,89	43,00	44,17	45,39	46,67	48,01
3700	40,80	41,84	42,92	44,05	45,24	46,48	47,78	49,14
3800	41,79	42,85	43,94	45,10	46,30	47,56	48,88	50,29
3900	42,77	43,84	44,96	46,14	47,36	48,64	49,98	51,39
4000	43,75	44,84	45,98	47,17	48,41	49,71	51,07	52,50
4100	44,72	45,83	46,99	48,20	49,46	50,78	52,16	53,60
4200	45,69	46,82	47,99	49,22	50,50	51,84	53,23	54,70
4300	46,66	47,80	48,99	50,24	51,54	52,89	54,31	55,79
4400	47,62	48,78	49,99	51,25	52,57	53,94	55,37	56,87
4500	48,58	49,75	50,98	52,26	53,59	54,98	56,43	57,95
4600	49,53	50,72	51,97	53,26	54,61	56,02	57,48	59,02
4700	50,48	51,69	52,95	54,26	55,63	57,05	58,53	60,08
4800	51,42	52,65	53,93	55,25	56,64	58,08	59,57	61,14
4900	52,36	53,61	54,90	56,24	57,64	59,10	60,61	62,20
5000	53,30	54,56	55,97	57,22	58,64	60,11	61,64	63,25

z / H	88°32′	88°36′	88°40′	88°44′	88°48′	88°52′	88°56′	89°0′
m	′	′	′	′	′	′	′	′
100	1,69	1,77	1,85	1,95	2,06	2,17	2,30	2,45
200	3,35	3,50	3,67	3,86	4,06	4,28	4,54	4,81
300	4,98	5,21	5,45	5,72	6,02	6,34	6,70	7,10
400	6,59	6,89	7,20	7,55	7,93	8,34	8,80	9,31
500	8,18	8,54	8,92	9,34	9,80	10,30	10,85	11,46
600	9,75	10,16	10,61	11,10	11,63	12,21	12,85	13,55
700	11,29	11,76	12,27	12,82	13,43	14,08	14,80	15,59
800	12,81	13,34	13,90	14,52	15,19	15,91	16,71	17,58
900	14,30	14,89	15,51	16,19	16,92	17,71	18,57	19,52
1000	15,78	16,42	17,10	17,83	18,62	19,47	20,40	21,42
1100	17,25	17,93	18,66	19,44	20,29	21,20	22,20	23,27
1200	18,70	19,42	20,20	21,03	21,93	22,91	23,96	25,09
1300	20,12	20,89	21,72	22,60	23,55	24,58	25,68	26,87
1400	21,53	22,35	23,22	24,15	25,15	26,22	27,38	28,62
1500	22,93	23,79	24,70	25,67	26,72	27,84	29,05	30,34
1600	24,31	25,21	26,16	27,17	28,27	29,44	30,69	32,04
1700	25,68	26,61	27,60	28,66	29,80	31,01	32,31	33,70
1800	27,03	28,00	29,03	30,13	31,31	32,56	33,90	35,33
1900	28,37	29,37	30,44	31,58	32,80	34,09	35,47	36,94
2000	29,70	30,73	31,84	33,01	34,27	35,60	37,02	38,53
2100	31,01	32,08	33,22	34,43	35,72	37,09	38,54	40,10
2200	32,31	33,42	34,59	35,83	37,15	38,56	40,05	41,65
2300	33,60	34,74	35,94	37,22	38,57	40,01	41,54	43,17
2400	34,88	36,05	37,28	38,59	39,97	41,45	43,01	44,67
2500	36,14	37,34	38,61	39,94	41,36	42,87	44,46	46,15
2600	37,39	38,62	39,92	41,29	42,74	44,27	45,90	47,61
2700	38,64	39,90	41,22	42,62	44,10	45,66	47,32	49,06
2800	39,88	41,16	42,51	43,94	45,45	47,04	48,72	50,49
2900	41,10	42,41	43,79	45,24	46,78	48,40	50,11	51,91
3000	42,31	43,65	45,06	46,54	48,10	49,74	51,48	53,31
3100	43,52	44,88	46,31	47,82	49,40	51,07	52,84	54,70
3200	44,72	46,10	48,55	49,09	50,70	52,39	54,18	56,07
3300	45,90	47,31	48,79	50,35	51,98	53,70	55,51	57,42
3400	47,08	48,51	50,02	51,60	53,25	55,00	56,83	58,76
3500	48,25	49,70	51,23	52,83	54,51	56,28	58,14	60,09
3600	49,41	50,88	52,43	54,06	55,76	57,56	59,44	61,40
3700	50,57	52,06	53,63	55,28	57,01	58,82	60,72	62,71
3800	51,71	53,23	54,82	56,49	58,24	60,07	61,99	64,00
3900	52,85	54,39	56,00	57,69	59,46	61,31	63,25	65,29
4000	53,98	55,54	57,17	58,88	60,67	62,54	64,50	66,56
4100	55,11	56,68	58,33	60,06	61,87	63,76	65,74	67,82
4200	56,22	57,82	59,48	61,23	63,06	64,97	66,97	69,07
4300	57,33	58,95	60,63	62,40	64,24	66,17	68,19	70,31
4400	58,43	60,07	61,77	63,56	65,41	67,36	69,40	71,53
4500	59,53	61,18	62,90	64,70	66,58	68,55	70,60	72,75
4600	60,62	62,28	64,02	65,84	67,74	69,72	71,79	73,96
4700	61,70	63,38	65,14	66,98	68,89	70,89	72,98	75,16
4800	62,77	64,47	66,25	68,11	70,03	72,05	74,16	76,35
4900	63,84	65,56	67,35	69,22	71,17	73,20	75,32	77,53
5000	64,90	66,64	68,44	70,33	72,30	74,34	76,48	78,70

TA

Coefficiente (*a*) del termine di 1° ordine per la rettificazione di

H / z	250m	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250
0°	0,0011	22	32	42	51	59	67	74	81
10	0,0011	22	32	42	51	60	68	75	83
20	0,0012	23	34	44	54	63	71	79	87
30	0,0013	25	36	47	58	68	77	86	94
40	0,0014	28	41	54	66	77	87	97	106
44	0,0015	30	44	57	70	82	93	104	113
48	0,0017	33	48	62	75	88	100	111	122
52	0,0018	35	52	67	82	96	109	121	132
56	0,0020	39	57	74	90	105	119	133	145
60	0,0023	44	64	83	101	118	134	149	163
64	0,0026	50	73	94	114	134	153	170	186
68	0,0030	58	85	111	135	157	178	199	218
70	0,0033	64	93	121	147	172	196	218	239
71	0,0034	67	98	127	155	181	205	228	250
72	0,0036	70	103	134	163	190	216	241	264
73	0,0039	75	109	141	172	201	228	254	278
74	0,0041	79	115	150	183	213	242	270	295
75	0,0043	84	123	160	195	227	258	287	314
76	0,0046	90	132	171	208	243	276	307	336
77	0,0050	97	142	184	224	262	297	330	361
78	0,0054	105	153	199	242	283	322	358	392
79	0,0058	114	167	217	264	308	350	390	427
80,0	0,0064	125	183	238	290	339	385	428	469
80,1	0,0065	126	185	240	293	342	389	432	473
80,2	0,0066	128	187	243	296	346	393	437	478
80,3	0,0067	129	189	245	299	349	396	441	483
80,4	0,0067	130	191	248	302	353	401	446	488
80,5	0,0067	131	193	250	305	356	405	450	493
80,6	0,0068	133	195	253	308	360	410	455	498
80,7	0,0069	135	197	255	311	364	414	460	503
80,8	0,0070	136	199	258	315	368	418	465	509
80,9	0,0071	138	201	261	318	372	422	470	514
81,0	0,0071	139	203	264	322	376	427	475	520
81,1	0,0072	141	206	267	325	380	432	480	525
81,2	0,0073	142	208	270	329	384	436	486	532
81,3	0,0074	144	210	273	333	388	441	491	538
81,4	0,0075	146	213	277	337	393	446	497	544
81,5	0,0075	147	215	280	340	397	451	502	550
81,6	0,0076	149	218	283	344	402	457	508	557
81,7	0,0077	151	221	286	348	407	462	514	563

sratura (t_o) nella forma: $\Delta t_0 F(z, H) = -a\tau + b\tau^2$ $(\tau = t_0 : 10°)$.

2750m	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	4750	5000
0,0094	100	105	110	115	119	123	127	130	133
0,0096	102	107	112	117	121	125	129	132	135
0,0101	107	112	117	122	127	131	135	139	142
0,0109	116	122	127	133	138	142	146	150	154
0,0123	131	138	144	150	156	161	165	170	174
0,0131	139	147	154	160	166	172	177	181	185
0,0141	150	158	165	172	178	184	190	195	199
0,0153	163	171	179	187	194	200	206	211	216
0,0168	179	189	198	206	213	220	227	233	238
0,0188	200	211	221	230	239	247	254	260	266
0,0215	228	240	252	262	272	281	290	297	304
0,0252	267	281	295	308	319	329	339	347	355
0,0276	293	309	323	336	349	361	371	380	389
0,0289	307	324	339	353	366	378	389	399	408
0,0305	324	341	357	372	386	399	410	420	429
0,0322	342	360	377	393	408	421	433	444	454
0,0342	363	383	401	417	432	446	459	471	482
0,0364	386	407	426	444	460	475	489	502	513
0,0390	413	435	456	475	493	509	523	536	549
0,0419	444	468	491	511	530	547	563	578	591
0,0453	481	507	531	553	573	592	609	625	639
0,0493	524	552	578	602	625	645	663	680	696
0,0542	575	606	635	662	686	708	729	747	764
0,0548	581	612	641	668	692	715	736	755	772
0,0553	587	618	647	674	699	722	743	762	780
0,0559	593	625	654	681	706	730	751	770	788
0,0564	599	631	661	688	714	738	759	778	796
0,0570	605	638	668	696	721	745	767	786	804
0,0576	611	644	675	703	729	753	775	795	812
0,0582	617	651	682	711	737	761	783	803	821
0,0588	624	658	689	718	745	769	791	811	830
0,0595	631	665	696	726	753	777	799	820	839
0,0601	638	672	704	734	761	785	808	829	848
0,0608	645	680	712	742	769	794	817	839	857
0,0615	652	687	720	750	778	803	826	848	867
0,0621	659	695	728	759	787	812	835	857	876
0,0629	667	703	736	767	796	822	845	867	886
0,0636	675	711	745	776	805	831	855	877	896
0,0644	683	720	754	785	814	841	865	887	907
0,0651	691	728	763	794	823	851	875	898	918

Segue

H / z	250m	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500
81°,8	0,0078	153	224	290	353	412	468	521	570	616
81,9	0,0080	155	227	293	357	417	474	527	577	623
82,0	0,0081	157	230	297	361	422	480	534	584	631
82,1	0,0081	158	232	301	366	427	485	540	591	639
82,2	0,0082	160	235	305	371	433	492	547	599	647
82,3	0,0083	162	238	309	376	439	498	554	606	655
82,4	0,0084	164	241	313	381	445	505	561	614	664
82,5	0,0085	166	243	317	386	451	511	568	622	673
82,6	0,0087	169	247	321	391	457	518	576	631	682
82,7	0,0088	171	250	325	396	463	525	584	639	691
82,8	0,0089	174	254	330	402	469	533	592	648	701
82,9	0,0090	176	257	334	407	475	540	600	657	710
83,0	0,0092	179	261	339	413	482	548	609	666	720
83,1	0,0093	181	265	344	419	489	556	618	676	730
83,2	0,0094	184	269	349	425	496	564	627	686	741
83,3	0,0096	187	273	354	431	503	572	636	696	752
83,4	0,0098	190	277	360	438	511	581	645	706	763
83,5	0,0099	193	281	365	445	519	590	655	717	775
83,6	0,0101	196	285	371	451	527	598	665	728	787
83,7	0,0102	199	291	377	458	535	607	675	739	799
83,8	0,0104	202	295	383	466	544	617	686	751	812
83,9	0,0105	205	300	389	474	553	627	697	763	825
84,0	0,0107	209	305	395	481	562	638	709	776	839
84,1	0,0109	212	310	402	489	571	648	721	789	853
84,2	0,0111	216	315	409	498	581	659	733	802	867
84,3	0,0113	220	321	416	506	591	671	746	816	882
84,4	0,0115	224	327	424	515	601	682	759	831	898
84,5	0,0117	228	333	431	524	612	694	772	845	914
84,6	0,0119	232	339	439	534	623	707	786	860	930
84,7	0,0121	236	345	447	544	634	720	801	876	947
84,8	0,0124	241	352	456	554	646	734	816	893	965
84,9	0,0126	245	358	464	564	659	748	832	911	984
85,0	0,0128	250	365	473	575	672	763	848	928	1003
85,1	0,0131	255	372	483	587	686	779	865	947	1023
85,2	0,0133	260	380	493	600	700	794	883	967	1044
85,3	0,0136	265	387	503	612	715	811	901	986	1066
85,4	0,0139	271	396	514	625	730	828	920	1006	1088
85,5	0,0142	277	405	525	639	746	846	940	1028	1111
85,6	0,0145	283	414	537	653	762	864	960	1050	1135
85,7	0,0149	290	423	549	668	779	883	981	1073	1160

OLA III*a*.

	2750m	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	4750	5000
,8	0,0659	700	737	772	804	833	861	886	909	929
,7	0,0667	708	746	781	814	843	871	897	920	940
0	0,0675	717	755	791	824	854	882	908	931	952
1	0,0684	726	765	801	834	865	893	919	943	964
2	0,0692	735	774	811	845	876	904	930	955	976
3	0,0701	744	784	821	856	887	916	942	967	989
4	0,0711	754	795	832	867	899	928	955	980	1002
5	0,0720	764	806	843	878	910	940	967	992	1015
6	0,0730	774	816	854	889	922	952	980	1005	1028
7	0,0740	785	827	866	901	935	965	993	1019	1042
	0,0750	796	839	878	914	948	979	1007	1033	1056
	0,0760	807	850	890	927	961	992	1021	1047	1070
	0,0771	818	862	902	940	974	1006	1035	1062	1085
	6,0782	829	874	915	953	988	1020	1050	1077	1100
	0,0793	841	886	928	966	1002	1035	1065	1092	1116
	0,0804	853	899	942	981	1017	1050	1080	1107	1132
	0,0816	866	913	956	996	1032	1066	1096	1124	1149
	0.0829	879	926	970	1011	1048	1082	1112	1141	1166
	0,0841	893	940	985	1026	1064	1098	1129	1158	1184
	0,0855	907	955	1000	1042	1080	1115	1147	1176	1203
	0,0868	921	970	1016	1059	1097	1133	1165	1195	1222
	0,0882	936	986	1033	1076	1115	1151	1184	1214	1242
	0,0897	952	1003	1050	1093	1133	1170	1204	1234	1262
	0,0913	968	1019	1067	1111	1152	1190	1224	1255	1283
	0,0928	984	1036	1085	1130	1171	1210	1244	1276	1305
	0,0944	1001	1054	1104	1150	1192	1231	1266	1298	1328
	0,0961	1019	1073	1124	1170	1213	1252	1288	1321	1351
	0,0978	1037	1093	1144	1191	1235	1275	1311	1345	1375
	0,0995	1056	1113	1165	1213	1257	1298	1335	1369	1400
	0,1013	1075	1133	1186	1235	1280	1322	1360	1394	1425
	0,1032	1095	1154	1208	1258	1304	1346	1385	1420	1451
	0,1052	1116	1176	1231	1282	1328	1371	1411	1447	1478
	0,1072	1137	1198	1254	1306	1353	1397	1437	1474	1507
	0,1094	1160	1221	1278	1331	1380	1425	1466	1503	1537
	0,1117	1184	1246	1304	1358	1408	1454	1496	1534	1568
	0,1140	1209	1272	1331	1386	1437	1484	1526	1565	1600
	0,1164	1234	1299	1359	1415	1467	1515	1558	1597	1633
	0,1188	1260	1326	1388	1445	1498	1547	1591	1631	1668
	0,1214	1288	1356	1419	1477	1531	1581	1626	1667	1704
	0,1241	1317	1387	1451	1510	1565	1616	1662	1704	1742

H / z	250m	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250
85°,8	0,0153	297	433	562	683	797	904	1004	1098
85,9	0,0156	304	444	576	700	817	926	1029	1126
86,0	0,0160	312	455	590	717	837	950	1055	1154
86,1	0,0164	320	467	605	735	858	974	1082	1183
86,2	0,0168	328	479	621	754	880	998	1109	1213
86,3	0,0172	337	491	636	774	903	1024	1138	1245
86,4	0,0177	346	504	653	795	928	1052	1169	1278
86,5	0,0183	356	518	672	817	954	1082	1201	1313
86,6	0,0188	366	533	692	841	981	1113	1235	1350
86,7	0,0194	377	550	713	866	1010	1145	1271	1389
86,8	0,0200	389	567	735	893	1041	1179	1309	1431
86,9	0,0207	402	585	758	921	1074	1216	1350	1475
87,0	0.0214	415	604	782	950	1108	1255	1393	1522
87,1	0,0221	429	624	808	982	1145	1297	1439	1571
87,2	0,0228	444	646	837	1016	1184	1342	1488	1624
87,3	0,0237	460	670	867	1052	1226	1389	1540	1681
87,4	0,0246	478	695	899	1091	1271	1439	1596	1743
87,5	0,0256	497	722	834	1033	1319	1493	1656	1808
87,6	0,0266	517	752	972	1178	1370	1551	1721	1878
87,7	0,0278	539	784	1013	1226	1426	1614	1789	1952
87,8	0,0290	562	818	1057	1279	1487	1682	1864	2033
87,9	0,0303	588	855	1105	1337	1554	1757	1946	2122
88,0	0,0318	617	896	1157	1400	1627	1838	2035	2217
88 4′	0,0329	638	926	1195	1446	1679	1896	2098	2285
8	0,0342	660	957	1235	1494	1734	1958	2165	2358
12	0,0354	684	991	1278	1545	1793	2023	2236	2434
16	0,0367	709	1027	1324	1599	1855	2092	2312	2515
20	0,0381	736	1066	1373	1658	1922	2167	2393	2603
24	0,0397	765	1108	1426	1721	1993	2246	2479	2695
28	0,0414	797	1153	1482	1788	2069	2330	2571	2793
32	0,0432	832	1202	1543	1859	2151	2421	2669	2898
36	0,0452	870	1255	1610	1937	2239	2518	2775	3011
40	0,0474	911	1313	1682	2022	2335	2623	2888	3131
44	0,0499	956	1375	1760	2114	2438	2736	3010	3261
48	0,0525	1005	1444	1845	2213	2549	2857	3140	3399
52	0,0554	1059	1519	1938	2321	2670	2989	3281	3548
56	0,0586	1119	1602	2040	2439	2802	3133	3434	3710
89 0	0,0622	1187	1691	2150	2567	2945	3288	3600	3885

A IIIa.

2750m	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	4750	5000
0,1270	1347	1418	1484	1545	1601	1653	1700	1743	1782
0,1300	1379	1452	1519	1582	1639	1692	1740	1784	1824
0,1332	1413	1487	1556	1620	1679	1733	1782	1827	1868
0,1366	1448	1524	1595	1660	1720	1775	1825	1872	1914
0,1400	1484	1562	1635	1702	1763	1819	1871	1919	1962
0,1436	1522	1602	1677	1745	1808	1866	1919	1968	2012
0,1475	1563	1645	1721	1791	1856	1916	1970	2020	2065
0,1515	1606	1690	1768	1840	1906	1968	2023	2074	2120
0 1558	1651	1737	1817	1891	1959	2022	2079	2131	2178
0,1603	1698	1787	1869	1945	2015	2079	2138	2191	2240
0,1650	1748	1839	1924	2002	2074	2140	2200	2255	2305
0,1700	1801	1895	1982	2062	2136	2204	2266	2322	2373
0,1754	1858	1955	2044	2126	2202	2372	2335	2393	2445
0,1810	1918	2018	2110	2195	2273	2344	2409	2468	2522
0,1871	1982	2085	2180	2268	2348	2421	2488	2548	2603
0,1936	2050	2156	2254	2344	2427	2503	2572	2634	2690
0,2006	2123	2232	2333	2426	2511	2590	2661	2725	2783
0,2080	2201	2314	2418	2514	2601	2683	2756	2822	2882
0,2159	2285	2401	2509	2608	2698	2781	2857	2926	2988
0,2245	2375	2495	2606	2708	2801	2887	2965	3036	3001
0,2336	2471	2595	2710	2815	2912	3000	3081	3155	3221
0,2436	2575	2703	2822	2932	3032	3123	3206	3282	3350
0,2543	2688	2821	2944	3057	3161	3255	3341	3419	3490
0,2620	2768	2905	3031	3147	3253	3349	3437	3517	3589
0,2701	2853	2993	3122	3241	3349	3448	3538	3620	3694
0,2787	2943	3087	3219	3340	3451	3553	3645	3728	3804
0,2878	3038	3186	3321	3445	3559	3663	3757	3842	3919
0.2975	3139	3290	3429	3556	3673	3779	3875	3962	4041
0,3077	3246	3402	3544	3674	3793	3901	4000	4089	4170
0,3187	3360	3519	3665	3799	3921	4032	4133	4224	4306
0,3303	3481	3644	3794	3931	4056	4170	4273	4366	4450
0,3427	3610	3778	3931	4072	4200	4316	4421	4516	4602
0,3559	3747	3920	4077	4221	4352	4471	4578	4676	4764
0,3701	3894	4071	4233	4380	4514	4635	4745	4845	4935
0,3853	4052	4233	4398	4549	4686	4810	4923	5025	5117
0,4016	4220	4406	4575	4730	4870	4997	5112	5216	5310
0,4191	4400	4591	4764	4923	5066	5196	5313	5419	5515
0,4379	4593	4789	4967	5129	5275	5408	5528	5636	5733

TAVOLA III*b*.

Coefficiente *b* del termine di 2° ordine per la rettificazione dipendente dalla temperatura (t_0) nella forma: $\Delta_{t_0} F(z, H) = -a\tau + b\tau^2$. ($\tau = t_0 : 10°$).

H / z	500m	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
0°	0,0001	1	2	2	3	3	3	3	3	3
40	0,0001	2	3	3	4	4	4	4	4	5
60	0,0002	3	4	5	6	6	6	7	7	7
70	0,0002	4	6	7	8	9	10	10	10	10
80	0,0004	8	11	14	16	18	19	20	20	20
82	0,0006	10	14	18	20	22	24	25	25	25
84	0,0008	14	19	23	27	30	32	33	34	34
85	0,0009	16	23	28	32	35	38	39	40	41
86,0	0,0011	21	29	35	40	45	48	50	51	52
86,2	0,0012	22	30	37	43	47	50	52	54	54
86,4	0,0012	23	32	39	45	49	53	55	57	57
86,6	0,0013	24	34	41	48	52	56	59	60	61
86,8	0,0014	26	36	44	51	56	60	63	64	65
87,0	0,0015	28	38	47	54	60	64	67	69	70
87,2	0,0016	30	41	50	58	64	69	72	74	75
87,4	0,0017	32	44	54	63	69	74	78	80	81
87,6	0,0018	35	48	59	68	75	80	84	87	88
87,8	0,0020	38	52	64	74	82	88	92	95	97
88,0	0,0022	41	58	71	82	90	97	101	105	107
88,1	0,0023	43	61	75	86	95	102	106	110	113
88,2	0,0025	46	64	79	91	100	107	111	116	119
88,3	0,0026	49	68	83	96	106	113	118	123	126
88,4	0,0028	52	72	88	102	112	120	126	130	133
88,5	0,0030	55	77	94	108	119	128	134	139	141
88,6	0,0032	59	82	100	116	127	136	143	148	150
88,7	0,0034	64	88	107	124	136	145	153	158	160
88,8	0,0037	69	95	116	133	146	156	164	169	172
88,9	0,0041	75	103	126	144	158	169	177	182	185
89,0	0,0045	83	112	137	156	171	182	191	197	200

TAVOLA IV.

La tavola fornisce coll'argomento M (massa d'aria attraversata dai raggi già rettificata per la temperatura) l'incremento ΔM di M, che corrisponde all'aumento di 10^{mm} nella pressione.

M	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,0000	0013	0026	0039	0053	0066	0079	0092	0105	0119
1	0,0132	0145	0158	0171	0184	0197	0211	0224	0237	0250
2	0,0263	0276	0289	0303	0316	0329	0342	0355	0368	0382
3	0,0395	0408	0421	0434	0447	0461	0474	0487	0500	0513
4	0,0526	0539	0553	0566	0579	0592	0605	0618	0632	0645
5	0,0658	0671	0684	0697	0711	0724	0737	0750	0763	0776
6	0,0790	0803	0816	0829	0842	0855	0868	0882	0895	0908
7	0,0921	0934	0947	0961	0974	0987	1000	1013	1026	1039
8	0,1053	1066	1079	1092	1105	1118	1132	1145	1158	1171
9	0,1184	1197	1211	1224	1237	1250	1263	1276	1289	1303
10	0,1316	1329	1342	1355	1368	1382	1395	1408	1421	1434
11	0,1447	1461	1474	1487	1500	1513	1526	1539	1553	1566
12	0,1579	1592	1605	1618	1632	1645	1658	1671	1684	1697
13	0,1711	1724	1737	1750	1763	1776	1790	1803	1816	1829
14	0,1842	1855	1868	1882	1895	1908	1921	1934	1947	1961
15	0,1974	1987	2000	2013	2026	2039	2053	2066	2079	2092
16	0,2105	2119	2132	2145	2158	2171	2184	2197	2211	2224
17	0,2237	2250	2263	2276	2289	2303	2316	2329	2342	2355
18	0,2368	2382	2395	2408	2421	2434	2447	2461	2474	2487
19	0,2500	2513	2526	2539	2553	2566	2579	2592	2605	2618
20	0,2632	2645	2658	2671	2684	2697	2711	2724	2737	2750
21	0,2763	2776	2790	2803	2816	2829	2842	2855	2868	2882
22	0,2895	2908	2921	2934	2947	2961	2974	2987	3000	3013
23	0,3026	3039	3053	3066	3079	3092	3105	3119	3132	3145
24	0,3158	3171	3184	3197	3211	3224	3237	3250	3263	3276
25	0,3289	3303	3316	3329	3342	3355	3368	3382	3395	3408
26	0,3421	3434	3447	3461	3474	3487	3500	3513	3526	3539
27	0,3553	3566	3579	3592	3605	3618	3632	3645	3658	3671

TAVOLA V.

Masse d'aria F(z) attraversate dai raggi luminosi dal mare fino al limite dell'atmosfera.

z	F(z)		z	F(z)		z	F(z)		z	F(z)	
0°	1,000	0	34°	1,205	15	60°,8	2,044	6	64°,2	2,290	8
1	1,000	1	35	1,220	15	60,9	2,050	6	64,3	2,298	8
2	1,001	1	36	1,235	16	61,0	2,056	6	64,4	2,306	8
3	1,002	0	37	1,251	16	61,1	2,062	7	64,5	2,314	8
4	1 002	2	38	1,267	18	61,2	2,069	7	64,6	2,322	8
5	1,004	1	39	1,285	19	61,3	2,076	7	64,7	2,330	9
6	1,005	2	40	1,304	20	61,4	2,083	6	64,8	2,339	9
7	1,007	3	41	1,324	20	61,5	2,089	7	64,9	2,348	9
8	1,010	2	42	1,344	22	61,6	2,096	6	65,0	2,357	8
9	1,012	3	43	1 366	23	61,7	2,102	7	65,1	2,465	9
10	1 015	3	44	1,389	24	61,8	2,109	7	65,2	2,374	9
11	1,018	4	45	1,413	25	61,9	2,116	7	65,3	2,383	9
12	1,022	4	46	1,438	26	62,0	2,123	7	65,4	2,392	9
13	1,026	4	47	1,464	28	62,1	2,130	7	65,5	2,401	9
14	1,030	5	48	1,492	30	62,2	2,137	7	65,6	2,410	9
15	1,035	5	49	1,522	31	62,3	2,144	7	65,7	2,419	9
16	1,040	6	50	1,553	33	62,4	2,151	7	65,8	2,428	9
17	1,046	6	51	1,586	35	62,5	2,158	7	65,9	2,437	10
18	1,052	6	52	1,621	37	62,6	2,165	7	66,0	2,447	9
19	1,058	6	53	1,658	40	62,7	2,172	8	66,1	2,456	10
20	1,064	7	54	1,698	42	62,8	2,180	7	66,2	2,466	10
21	1,071	7	55	1,740	44	62,9	2,187	8	66,3	2,576	10
22	1,078	8	56	1,784	47	63,0	2,195	8	66,4	2,486	10
23	1,086	8	57	1,831	51	63,1	2,203	8	66,5	2,496	10
24	1,094	9	58	1,882	55	63,2	2,211	7	66,6	2,506	10
25	1,103	9	59	1,937	58	63,3	2,218	8	66,7	2,516	10
26	1,112	10	60	1,995	6	63,4	2,226	8	66,8	2,526	10
27	1,122	10	60,1	2,001	6	63,5	2,234	8	66,9	2,536	10
28	1,132	11	60,2	2,007	6	63,6	2,242	8	67,0	2,546	10
29	1,143	11	60,3	2,013	6	63,7	2,250	8	67,1	2,556	11
30	1,154	12	60,4	2,019	6	63,8	2,258	8	67,2	2,567	10
31	1,166	12	60,5	2,025	6	63,9	2,266	8	67,3	2,577	11
32	1,178	13	60,6	2,031	6	64,0	2,274	8	67,4	2,588	11
33	1,191	14	60,7	2,037	7	64,1	2,282	8	67,5	2,599	11
34	1,205		60,8	2,044		64,2	2,290		67,6	2,610	

z	F(z)		z	F(z)		z	F(z)		z	F(z)	
67°,6	2,610	11	71°,6	3,142	17	75°,6	3,967	26	79°,6	5,399	49
67,7	2,621	11	71,7	3,159	16	75,7	3,993	27	79,7	5,448	50
67,8	2,632	11	71,8	3,175	17	75,8	4,020	27	79,8	5,498	51
67,9	2,643	11	71,9	3,192	17	75,9	4,047	28	79,9	5,549	51
68,0	2,654	11	72,0	3,209	17	76,0	4,075	28	80,0	5,600	52
68,1	2,665	12	72,1	3,226	17	76,1	4,103	28	80,1	5,652	53
68,2	2,677	11	72,2	3,243	17	76,2	4,131	28	80,2	5,705	55
68,3	2,688	12	72,3	3,260	18	76,3	4,159	29	80,3	5,760	56
68,4	2,700	12	72,4	3,278	18	76,4	4,188	30	80,4	5,816	57
68,5	2,712	12	72,5	3,296	18	76,5	4,218	30	80,5	5,873	59
68,6	2,724	12	72,6	3,314	18	76,6	4,248	30	80,6	5,932	60
68,7	2,736	12	72,7	3,332	18	76,7	4,278	31	80,7	5,992	61
68,8	2,748	12	72,8	3,340	19	76,8	4,309	31	80,8	6,053	61
68,9	2,760	13	72,9	3,369	19	76,9	4,340	32	80,9	6,114	63
69,0	2,773	12	73,0	3,388	19	77,0	4,372	32	81,0	6,177	64
69,1	2,785	13	73,1	3,407	19	77,1	4,404	32	81,1	6,241	65
69,2	2,798	13	73,2	3,426	19	77,2	4,436	33	81,2	6,306	67
69,3	2,811	13	73,3	3,445	20	77,3	4,469	34	81,3	6,373	69
69,4	2,824	13	73,4	3,465	20	77,4	4,503	34	81,4	6,442	70
69,5	2,837	13	73,5	3,485	20	77,5	4,537	35	81,5	6,512	71
69,6	2,850	13	73,6	3,505	21	77,6	4,572	35	81,6	6,583	73
69,7	2,863	14	73,7	3,526	20	77,7	4,607	36	81,7	6,656	74
69,8	2,877	13	73,8	3,546	21	77,8	4,643	36	81,8	6,730	76
69,9	2,880	14	73,9	3,567	21	77,9	4,679	37	81,9	6,806	78
70,0	2,904	14	74,0	3,588	22	78,0	4,716	37	82,0	6,884	80
70,1	2,918	14	74,1	3,610	22	78,1	4,753	39	82,1	6,964	81
70,2	2,932	14	74,2	3,632	22	78,2	4,792	39	82,2	7,045	83
70,3	2,946	14	74,3	3,654	22	78,3	4,831	39	82,3	7,128	85
70,4	2,960	15	74,4	3,676	23	78,4	4,870	40	82,4	7,213	87
70,5	2,975	14	74,5	3,699	23	78,5	4,910	40	82,5	7,300	89
70,6	2,989	15	74,6	3,722	23	78,6	4,950	42	82,6	7,389	92
70,7	3,004	15	74,7	3,745	23	78,7	4,992	42	82,7	7,481	93
70,8	3,019	15	74,8	3,768	24	78,8	5,034	43	82,8	7,574	96
70,9	3,034	15	74,9	3,792	24	78,9	5,077	43	82,9	7,670	98
71,0	3,049	15	75,0	3,816	24	79,0	5,120	44	83,0	7,768	100
71,1	3,064	15	75,1	3,840	25	79,1	5,164	46	83,1	7,869	103
71,2	3,079	16	75,2	3,865	25	79,2	5,210	46	83,2	7,972	106
71,3	3,095	15	75,3	3,890	25	79,3	5,256	47	83,3	8,078	108
71,4	3,110	16	75,4	3,915	26	79,4	5,303	48	83,4	8,186	112
71,5	3,126	16	75,5	3,941	26	79,5	5,331	48	83,5	8,298	114
71,6	3,142		75,6	3,967		79,6	5,399		83,6	8,412	

Segue Tavola V.

z	F(z)		z	F(z)		z	F(z)		z	F(z)	
83°6′	8.412	117	84°36′	9,744	26	85°16′	10,876	32	85°56′	12,280	40
7	8,529	121	37	9,770	26	17	10,908	31	57	12,320	39
8	8,650	123	38	9,796	26	18	10,939	32	58	12,359	40
9	8,773	127	39	9,822	26	19	10,971	32	59	12,399	40
84 0	8,900	22	40	9,848	26	20	11,003	32	86 0	12,439	41
1	8,922	22	41	9,874	26	21	11,035	33	1	12,480	40
2	8,944	22	42	9,900	26	22	11,068	32	2	12,520	41
3	8,966	22	43	9,926	27	23	11.100	33	3	12,561	41
4	8,988	22	44	9,953	26	24	11,133	33	4	12,602	41
5	9,010	22	45	9,979	27	25	11,166	33	5	12,643	42
6	9,032	22	46	10,006	27	26	11,199	33	6	12,685	42
7	9,054	22	47	10,033	27	27	11,232	34	7	12,727	42
8	9,076	22	48	10,060	27	28	11,266	33	8	12,769	42
9	9,098	23	49	10,087	27	29	11,299	34	9	12,811	43
10	9,121	23	50	10,114	28	30	11,333	34	10	12,854	43
11	9,143	23	51	10,142	27	31	11,367	34	11	12,897	43
12	9,166	23	52	10,169	28	32	11,401	34	12	12,940	43
13	9,189	23	53	10,179	28	33	11,435	35	13	12,983	44
14	9,212	23	54	10,225	28	34	11,470	35	14	13,027	44
15	9,235	23	55	10,253	28	35	11,505	35	15	13,071	44
16	9,258	23	56	10,281	29	36	11,540	35	16	13,115	45
17	9,281	23	57	10,310	28	37	11,575	35	17	13,160	44
18	9,304	24	58	10,338	29	38	11,610	35	18	13,234	45
19	9,328	23	59	10,367	28	39	11,645	36	19	13,249	45
20	9,351	24	85 0	10,395	29	40	11,681	36	20	13,294	46
21	9,375	24	1	10,424	29	41	11,717	36	21	13,340	46
22	9,399	24	2	10,453	30	42	11,753	37	22	13,386	46
23	9,423	24	5	10,483	29	43	11,790	36	23	13,432	46
24	9,447	24	4	10,512	30	44	11,826	37	24	13,478	47
25	9,471	24	5	10,542	29	45	11,863	37	25	13,525	47
26	9,495	25	6	10,571	30	46	11,900	37	26	13,572	47
27	9,520	24	7	10,601	30	47	11,937	37	27	13,619	48
28	9,544	25	8	10,631	30	48	11,974	38	28	13,667	48
29	9,569	24	9	10,661	30	49	12,012	38	29	13,715	48
30	9,593	25	10	10,691	31	50	12,050	38	30	13,763	49
31	9,618	25	11	10,722	30	51	12,088	38	31	13,812	48
32	9,643	25	12	10,752	31	52	12,126	38	32	13,860	49
33	9,668	26	13	10,783	31	53	12,164	38	33	13,909	50
34	9,694	25	14	10,814	31	44	12,202	39	34	13,959	50
35	9,719	25	15	10,845	31	55	12,241	39	35	14,009	50
36	9,744		16	10,876		56	12,280		36	14,059	

z	F(z)		z	F(z)		z	F(z)		z	F(z)	
86°36'	14,059	50	87°12'	16,102	64	87°48'	18,736	84	88°24'	22,219	112
37	14,109	51	13	16,166	65	49	18,820	85	25	22,331	114
38	14,160	51	14	16,231	65	50	18,905	85	26	22,445	114
39	14,211	51	15	16,296	66	51	18,990	86	27	22,559	115
40	14,262	52	16	16,362	66	52	19,076	86	28	22,674	116
41	14,314	52	17	16,428	66	53	19,162	87	29	22,790	118
42	14,366	53	18	16,494	67	54	19,249	88	30	22,908	118
43	14,419	54	19	16,561	68	55	19,337	89	31	23,026	120
44	14,471	53	20	16,629	68	56	19,426	89	32	23,146	120
45	14,524	54	21	16,697	68	57	19,515	90	33	23,266	121
46	14,578	55	22	16,765	69	58	19,605	91	34	23,387	123
47	14,432	53	23	16,834	69	59	19,696	91	35	23,510	123
48	14,686	54	24	16,903	70	88 0	19,787	92	36	23,633	125
49	14,740	53	25	16,973	71	1	19,879	93	37	23,758	126
50	14,805	54	26	17,044	71	2	19,971	94	38	23,884	127
51	14,860	56	27	17,115	72	3	20,065	95	39	24,011	128
52	14,906	56	28	17,187	72	4	20,160	95	40	24,139	129
53	14,962	56	29	17,259	72	5	20,255	96	41	24,268	130
54	15,018	57	30	17,331	73	6	20,351	97	42	24,398	131
55	15,075	57	31	17,404	74	7	20,448	97	43	24,529	133
56	15.132	58	32	17,478	74	8	20,545	98	44	24,662	134
57	15,190	58	33	17,552	75	9	20,643	99	45	24,796	137
58	15,248	58	34	17,627	75	10	20,742	100	46	24,931	137
59	15,306	59	35	17,702	76	11	20,842	101	47	25,068	137
87 0	15,365	59	36	17.778	77	12	20,943	102	48	25,205	138
1	15,424	59	37	17,855	77	13	21,045	102	49	25,343	140
2	15,483	60	38	17,932	78	14	21,147	102	50	25,483	142
3	15,543	60	39	18,010	78	15	21,250	105	51	25,625	142
4	15,603	61	40	18,088	79	16	21,355	105	52	25,767	144
5	15,664	61	41	18,167	80	17	21,460	106	53	25,911	146
6	15,725	62	42	18,247	80	18	21,566	106	54	26,057	146
7	15,787	62	43	18,327	81	19	21,672	107	55	26,203	148
8	15,849	63	44	18,408	81	20	21,779	109	56	26,351	150
9	15,912	63	45	18,489	82	21	21,888	109	57	26,501	151
10	15,975	63	46	18,571	82	22	21,997	111	58	26,652	153
11	16,038	64	47	18,653	83	23	22.108	111	59	26,805	154
12	16,102		48	18,736		24	22,219		89 0	26,959	

TAVOLA VI.

Rettificazione dipendente dalla temperatura per le masse d'aria F(*z*) attraversate dai raggi luminosi al mare (*t*). La rettificazione è data in millesimi di un'atmosfera.

$\frac{t}{z}$	− 20°	− 10°	+ 10°	+ 20°	+ 30°	$\frac{t}{z}$	− 20°	− 10°	+ 10°	+ 20°	+ 30°
	+	+	−	−	−		+	+	−	−	−
78°,0	8	4	4	7	10	81°,5	22	11	10	21	31
1	8	4	4	7	10	6	23	11	10	21	31
2	8	4	4	8	11	7	23	11	11	23	33
3	8	4	4	8	11	8	24	12	11	23	34
4	8	4	4	8	11	9	25	12	12	24	35
5	8	4	4	8	12	82.0	25	12	12	25	36
6	9	4	4	8	12	1	25	12	12	26	38
7	9	4	5	9	13	2	26	13	12	26	39
8	9	5	5	9	13	3	27	14	13	28	40
9	10	5	5	9	14	4	28	14	14	29	42
79,0	10	5	5	10	14	5	30	15	14	30	43
1	10	5	5	10	14	6	31	16	14	30	44
2	10	5	5	10	15	7	32	16	15	32	46
3	10	5	5	10	15	8	33	17	15	32	47
4	10	5	5	10	15	9	34	17	16	34	49
5	10	5	6	11	16	83,0	36	18	17	35	51
6	11	6	6	11	17	1	37	18	17	36	53
7	12	6	6	11	17	2	38	19	18	37	54
8	12	6	6	12	18	3	40	20	19	39	57
9	12	6	7	13	19	4	42	21	20	40	59
80,0	13	6	7	14	20	5	44	22	21	42	62
1	13	6	7	14	20	6	46	33	22	44	64
2	14	7	7	14	20	7	48	24	23	45	66
3	14	7	7	14	21	8	50	25	24	47	69
4	15	7	7	14	21	9	52	26	25	49	72
5	16	8	7	14	21	84 0	54	27	26	51	76
6	16	8	8	15	23	1	54	27	26	51	76
7	16	8	8	16	24	2	54	27	26	51	76
8	17	8	9	17	25	3	54	27	26	51	77
9	18	9	9	17	26	4	54	27	26	52	78
81,0	18	9	9	18	27	5	55	27	26	52	78
1	19	9	9	18	27	6	56	28	27	53	79
2	20	10	9	19	28	7	56	28	27	53	79
3	21	10	10	20	29	8	56	28	27	53	79
4	21	10	10	21	31	9	56	28	27	53	79

dal mare fino al limite dell'atmosfera: argomenti la distanza zenitale apparente (*z*) e la temperatura

t / z	− 20°	− 10°	+ 10°	+ 20°	+ 30°	t / z	− 20°	− 10°	+ 10°	+ 20°	+ 30°
	+	+	−	−	−		+	+	−	−	−
84° 10′	56	28	27	54	80	84° 45′	74	37	35	70	105
11	57	29	27	54	80	46	74	37	36	71	106
12	58	29	28	55	82	47	74	37	36	71	106
13	58	29	28	55	82	48	75	37	36	72	107
14	58	29	28	55	82	49	75	37	36	72	107
15	58	29	28	55	82	50	76	38	36	72	108
16	58	29	28	56	83	51	76	38	37	74	110
17	59	29	28	56	84	52	77	39	37	74	110
18	60	30	29	57	85	53	78	39	37	74	111
19	60	30	29	57	86	54	78	39	38	75	112
20	61	30	29	58	86	55	78	39	38	75	112
21	61	30	29	58	87	56	79	39	38	76	113
22	61	30	29	58	87	57	79	39	39	77	115
23	62	31	30	59	88	58	80	40	39	77	115
24	63	31	30	60	89	59	80	40	40	79	117
25	63	31	30	60	89	85 0	82	41	40	79	118
26	64	32	30	60	90	1	82	41	40	79	118
27	64	32	31	61	91	2	83	41	40	79	118
28	65	32	31	62	92	3	83	41	40	80	119
29	65	32	32	63	93	4	84	42	40	80	120
30	66	33	32	63	94	5	84	42	41	81	121
31	66	33	32	63	94	6	85	42	41	81	121
32	67	33	32	64	95	7	85	42	41	82	122
33	68	34	32	64	95	8	86	42	41	83	124
34	68	34	33	65	97	9	87	43	42	84	125
35	68	34	33	66	98	10	88	43	42	84	125
36	69	34	33	66	98	11	88	43	43	85	127
37	69	34	33	66	99	12	89	44	43	85	127
38	70	35	34	67	100	13	89	44	43	86	128
39	70	35	34	67	100	14	90	44	44	87	129
40	71	35	34	67	100	15	91	45	44	88	130
41	72	36	34	68	101	16	92	45	44	88	131
42	72	36	35	69	102	17	92	45	45	89	132
43	72	36	35	69	103	18	94	46	45	89	132
44	73	36	35	70	104	19	94	46	46	90	134

Segue Tavola VI.

t / z	− 20°	− 10°	+ 10°	+ 20°	+ 30°	t / z	− 20°	− 10°	+ 10°	+ 20°	+ 30°
	+	+	−	−	−		+	+	−	−	−
85°20′	95	46	46	91	135	86°1′	135	67	66	130	193
21	96	47	46	92	136	2	137	68	66	131	194
22	96	47	47	93	138	3	138	68	66	132	196
23	98	48	47	94	139	4	139	69	67	133	197
24	99	49	48	95	141	5	141	70	67	134	198
25	100	49	49	96	142	6	142	70	68	135	200
26	101	49	49	97	143	7	142	70	68	136	202
27	102	50	49	97	144	8	144	71	69	137	203
28	102	50	50	98	146	9	146	72	69	138	205
29	104	51	50	99	147	10	147	72	70	139	207
30	104	51	51	100	148	11	148	73	71	141	209
31	104	51	51	101	150	12	150	74	72	142	210
32	105	51	52	102	151	13	151	74	72	143	212
33	106	52	52	102	152	14	152	75	73	144	214
34	107	53	52	103	153	15	153	75	74	145	215
35	108	53	53	104	155	16	155	76	74	146	216
36	109	54	53	105	156	17	156	77	75	148	219
37	111	54	54	106	158	18	158	78	76	149	220
38	111	55	54	107	159	19	159	78	76	150	222
39	112	56	54	108	160	20	161	79	77	151	223
40	113	56	55	109	162	21	162	80	78	153	226
41	113	56	55	110	164	22	163	80	79	154	228
42	115	57	56	111	165	23	165	81	80	156	230
43	115	57	57	113	167	24	167	82	80	157	232
44	117	58	57	113	168	25	168	83	81	159	234
45	118	58	58	114	170	26	169	83	82	160	236
46	119	59	58	115	171	27	171	84	82	161	238
47	120	59	59	116	173	28	173	85	83	163	241
48	121	60	59	117	174	29	174	86	84	165	244
49	122	61	60	119	176	30	176	87	84	166	246
50	123	61	60	120	178	31	178	88	85	168	248
51	124	62	61	121	180	32	180	89	85	168	249
52	125	62	61	122	181	33	182	90	86	170	252
53	126	62	62	123	182	34	183	90	87	172	255
54	128	63	62	123	183	35	185	91	88	174	258
55	129	64	63	124	185	36	186	92	89	176	261
56	131	65	63	125	186	37	188	93	90	178	263
57	131	65	64	127	188	38	190	94	91	180	266
58	133	66	64	127	189	39	191	94	92	181	268
59	134	66	65	128	191	40	193	95	92	182	270
86 0	135	67	65	129	192	41	195	96	93	184	273

Segue Tavola VI.

t / z	− 20°	− 10°	+ 10°	+ 20°	+ 30°	t / z	− 20°	− 10°	+ 10°	+ 20°	+ 30°
	+	+	−	−	−		+	+	−	−	−
86°42′	197	97	94	186	275	87°23′	299	146	140	276	407
43	199	98	95	188	278	24	303	148	142	279	411
44	201	99	96	189	280	25	307	151	143	281	414
45	203	100	97	191	283	26	310	152	144	284	418
46	205	101	98	193	286	27	313	153	146	287	422
47	207	102	99	195	288	28	316	154	148	290	426
48	209	103	100	197	291	29	319	156	149	293	431
49	211	104	101	198	293	30	323	158	151	296	435
50	213	105	102	200	296	31	326	159	152	298	438
51	215	106	103	202	298	32	329	161	154	301	443
52	217	107	104	204	301	33	333	163	156	305	447
53	219	108	105	206	304	34	336	164	158	308	452
54	222	109	106	208	307	35	340	166	159	311	457
55	224	110	107	210	310	36	344	168	161	314	462
56	226	111	107	211	312	37	346	169	162	317	466
57	228	112	109	214	315	38	350	171	163	320	471
58	230	113	110	216	318	39	354	173	165	324	477
59	233	115	111	218	321	40	358	175	167	328	482
87 0	236	116	112	220	324	41	362	177	169	332	488
1	238	117	113	222	326	42	366	179	171	336	494
2	240	118	114	224	329	43	370	181	173	339	498
3	242	119	115	226	332	44	374	183	175	343	504
4	245	120	116	228	335	45	379	185	177	347	510
5	247	121	118	231	339	46	383	187	179	351	515
6	251	123	119	233	343	47	388	190	181	355	521
7	253	124	120	235	346	48	393	192	184	359	527
8	256	126	121	237	349	49	397	194	186	363	532
9	259	127	122	240	353	50	401	196	188	367	538
10	261	128	123	242	356	51	406	198	190	371	544
11	264	130	124	244	360	52	410	200	192	375	549
12	267	131	126	248	365	53	415	202	194	379	555
13	269	132	127	250	368	54	420	205	196	383	561
14	272	133	128	252	371	55	424	207	198	387	566
15	275	135	129	254	374	56	428	209	201	392	573
16	277	136	131	257	378	57	434	212	203	396	579
17	280	137	132	260	382	58	439	215	205	400	585
18	284	139	134	263	386	59	444	217	207	405	592
19	286	140	135	265	390	88 0	450	220	210	409	598
20	289	141	136	268	394	1	454	222	212	413	604
21	293	143	138	271	398	2	460	225	214	417	610
22	296	145	139	273	402	3	466	228	217	422	617

Segue Tavola VI.

t / z	− 20°	− 10°	+ 10°	+ 20°	+ 30°	t / z	− 20°	− 10°	+ 10°	+ 20°	+ 30°
	+	+	−	−	−		+	+	−	−	−
88° 4′	471	230	219	427	625	88° 33′	664	323	307	597	873
5	477	233	221	431	632	34	672	327	310	604	883
6	483	236	224	437	640	35	680	331	314	612	895
7	488	238	226	442	647	36	689	335	318	620	906
8	494	241	229	446	653	37	697	339	322	628	917
9	500	244	232	451	660	38	706	343	326	635	927
10	506	247	234	456	667	39	715	348	330	643	938
11	512	250	237	462	675	40	724	352	334	650	949
12	518	253	240	468	684	41	733	356	338	658	960
13	524	256	242	473	692	42	743	361	342	666	972
14	530	259	245	478	699	43	753	366	346	673	983
15	536	262	248	484	707	44	762	370	350	681	994
16	542	265	251	490	716	45	772	375	355	690	1006
17	548	268	254	496	725	46	782	380	359	698	1017
18	555	271	257	502	734	47	792	385	364	707	1029
19	561	274	260	507	742	48	802	390	368	715	1041
20	567	277	263	513	750	49	812	395	372	723	1052
21	574	280	266	519	759	50	823	400	377	732	1065
22	581	283	269	525	767	51	834	405	382	741	1078
23	588	286	273	532	777	52	845	410	387	750	1090
24	596	290	276	538	786	53	856	415	392	759	1103
25	603	294	278	543	794	54	867	420	397	769	1117
26	610	297	282	550	804	55	879	426	402	778	1129
27	617	301	286	557	814	56	891	432	407	787	1142
28	624	304	289	563	823	57	903	438	412	797	1156
29	632	308	292	569	832	58	916	444	417	806	1169
30	640	312	296	577	843	59	928	450	422	817	1184
31	648	316	299	583	852	89 0	941	456	428	827	1198
32	655	319	303	590	863						

TAVOLA VII.

Fornisce per le altezze H da 0^m a 5500^m (di 100^m in 100_m) i valori normali alla latitudine di 45°: *a*) della densità relativa x_H dell'aria (valore normale al mare = 1); *b*) della pressione relativa p_H (valore normale al mare = 1); *c*) della massa relativa λ_H dell'aria sovrastante all'altezza H (valore normale al mare = 8,010898); e inoltre: *d*) i valori della variabile ausiliaria $s = \frac{H}{a+H}$.

N. B. — La massa M_H dell'aria sovrastante all'altezza H (aria contenuta in una colonna verticale della sezione di 1 cm²) è espressa in grammi (per la latitudine di 45°) da

$$M_H = \lambda_H \times 0,1292607.$$

Così per la massa di una tal colonna estesa a tutta l'atmosfera (H = 0) risulta M_0 = kg. 1.03645 contro P_0 = kg. 1.0333, esprimente la pressione sopra 1 cm².

H	log. x	Differ.	$1-x$	Differ.	$10^4 s$	Differ.	log. p	Differ.	λ_H	Differ.
0m	0,000000		0,00000		0,00000		0,000000		8,010898	
		— 4450		1019		+ 15680		— 5439		— 99490
100	9,995550		0,01019		0,15680		9,994561		7,911408	
		— 4460		1012		+ 15680		— 5451		— 98474
200	9,991090		0,02031		0,31360		9,989110		7,812934	
		— 4470		1003		+ 15679		— 5463		— 97467
300	9,986620		0,03034		0,47039		9,983647		7,715467	
		— 4481		995		+ 15679		— 5476		— 96468
400	9,982139		0,04029		0,62718		9,978171		7,618999	
		— 4490		987		+ 15678		— 5488		— 95476
500	9,977649		0,05016		0,78396		9,972683		7,523523	
		— 4501		980		+ 15678		— 5502		— 94493
600	9,973148		0,05996		0,94074		9,967181		7,229030	
		— 4510		971		+ 15677		— 5513		— 93519
700	9,968638		0,06967		1,09751		9,961668		7,335511	
		— 4521		963		+ 15677		— 5526		— 92551
800	9,964117		0,07930		1,25428		9,956142		7,242960	
		— 4532		956		+ 15676		— 5538		— 91591
900	9,959585		0,08886		1,41104		9,950604		7,151369	
		— 4542		948		+ 15676		— 5551		— 90639
1000	9,955043		0,09834		1,56780		9,945053		7,060730	
		— 4552		940		+ 15676		— 5563		— 89696
1100	9,950491		0,10774		1,72456		9,939490		6,971034	
		— 4563		932		+ 15674		— 5577		— 88759
1200	9,945928		0,11706		1,88130		9,933913		6,882275	
		— 4573		925		+ 15675		— 5590		— 87830
1300	9,941355		0,12631		2,03805		9,928323		6,794445	
		— 4584		918		+ 15674		— 5603		— 86909
1400	9,936771		0,13549		2,19479		9,922720		6,707536	
		— 4594		909		+ 15673		— 5615		— 85993
1500	9,932177		0,14458		2,35152		9,917105		6,621543	
		— 4605		903		+ 15673		— 5629		— 85089
1600	9,927572		0,15361		2,50825		9,911476		6,536454	
		— 4616		895		+ 15672		— 5642		— 84191
1700	9,922956		0,16256		2,66497		9,905834		6,452263	
		— 4627		887		+ 15672		— 5655		— 83300
1800	9,918329		0,17143		2,82169		9,900179		6,368963	
		— 4637		880		+ 15671		— 5667		— 82416
1900	9,913692		0,18023		2,97840		9,894512		6,286547	
		— 4649		873		+ 15672		— 5682		— 81540
2000	9,909043		0,18896		3,13512		9,888830		6,205007	
		— 4659		865		+ 15670		— 5695		— 80671
2100	9,904384		0,19761		3,29182		9,883135		6,124336	
		— 4671		859		+ 15670		— 5708		— 79809
2200	9,899713		0,20620		3,44852		9,877427		6,044527	
		— 4681		851		+ 15669		— 5721		— 78954
2300	9,895032		0,21471		3,60521		9,871706		5,965573	
		— 4693		844		+ 15669		— 5736		— 78107
2400	9,890339		0,22315		3,76190		9,865970		5,887466	
		— 4703		836		+ 15668		— 5749		— 77266
2500	9,885636		0,23151		3,91858		9,860221		5,810200	

Segue TAVOLA VII.

H	log. x	Differ.	$1-x$	Differ.	$10^4 s$	Differ.	log. p	Differ.	λ_n	Differ.
m										
2500	9,885636		0,23151		3,91858		9,860221		5,810200	
		— 4715		830		+ 15668		— 5762		— 76433
2600	9,880921		0,23981		4,07526		9,854459		5,733767	
		— 4726		823		+ 15668		— 5776		— 75607
2700	9,876195		0.24804		4,23194		9,848683		5,658160	
		— 4738		816		+ 15666		— 5791		— 74788
2800	9,871457		0.25620		4,38860		9,842892		5,583372	
		— 4749		809		+ 15667		— 5804		— 73975
2900	9,866708		0,26429		4,54527		9,837088		5,509397	
		— 4760		802		+ 15666		— 5818		— 73170
3000	9,861948		0,27231		4.70193		9,831270		5,436227	
		— 4771		795		+ 15665		— 5832		— 72371
3100	9,857177		0,28026		4,85858		9,825438		5,363856	
		— 4783		788		+ 15665		— 5846		— 71579
3200	9,852394		0,28814		5,01523		9,819592		5,292277	
		— 4795		782		+ 15665		— 5861		— 70795
3300	9,847599		0,29596		5,17188		9,813731		5,221482	
		— 4797		775		+ 15664		— 5875		— 70016
3400	9,842792		0,30371		5,32852		9,807856		5,151466	
		— 4818		768		+ 15663		— 5888		— 69245
3500	9,837974		0.31139		5.48515		9,801968		5,082221	
		— 4830		761		+ 15663		— 5903		— 68480
3600	9,833144		0,31900		5,64178		9,796065		5,013741	
		— 4842		755		+ 15663		— 5918		— 67721
3700	9,828302		0,32655		5,79841		9,790147		4,946020	
		— 4853		749		+ 15662		— 5932		— 66970
3800	9.823449		0,33404		5,95503		9,784215		4,879050	
		— 4866		742		+ 15662		— 5946		— 66225
3900	9.818583		0,34146		6.11165		9,778269		4.812825	
		— 4877		735		+ 15661		— 5961		— 65486
4000	9,813706		0,34881		6,26826		9,772308		4,747339	
		— 4889		729		+ 15660		— 5977		— 64753
4100	9,808817		0,35610		6,42486		9,766331		4,682586	
		— 4902		723		+ 15660		— 5990		— 64028
4200	9,803915		0,36333		6,58146		9,760341		4,618558	
		— 4914		716		+ 15660		— 6006		— 63309
4300	9,799001		0.37049		6,73806		9,754335		4,555249	
		— 4926		710		+ 15659		— 6021		— 62595
4400	9,794075		0,37759		6,89465		9,748314		4,492654	
		— 4938		704		+ 15659		— 6035		— 61888
4500	9.789137		0,38463		7.05124		9,742279		4,430766	
		— 4951		697		+ 15658		— 6051		— 61188
4600	9,784186		0,39160		7.20782		9,736228		4,369578	
		— 4963		692		+ 15657		— 6067		— 60493
4700	9,779223		0.39852		7.36439		9,730161		4,309084	
		— 4975		685		+ 15657		— 6081		— 59806
4800	9,774248		0.40537		7.52096		9,724080		4,249279	
		— 4988		679		+ 15657		— 6096		— 59123
4900	9,769260		0,41216		7,67753		9,717984		4.190156	
		— 5001		673		+ 15656		— 6113		— 58447
5000	9,764259		0,41889		7,83409		9,711871		4.131709	
		— 5014		667		+ 15656		— 6127		— 57777
5100	9,759245		0.42556		7,99065		9,705744		4,073932	
		— 5026		661		+ 15655		— 6143		— 57113
5200	9,754219		0,43217		8.14720		9,699601		4,016819	
		— 5039		655		+ 15655		— 6159		— 56455
5300	9,749180		0.43872		8.30375		9,693442		3,960364	
		— 5052		649		+ 15654		— 6174		— 55803
5400	9,744128		0.44521		8.46029		9,687268		3,904561	
		— 5064		643		+ 15654		— 6190		— 55157
5500	9,739064		0.45164		8,61683		9,681078		3,849404	

TAVOLA I B.

Valori delle masse d'aria F(z;C,E) attraversate dai raggi incidenti in Catania colla distanza zenitale z fra le altezze C = 69ᵐ ed E = 2942ᵐ (altezze rispettive dell'Osservatorio astrofisico in Catania e dell'Osservatorio Etneo). Unità di massa la massa di un'atmosfera a 45° di latitudine in condizioni normali di temperatura e pressione.

z	F(z;C,E)		z	F(z;C,E)		z	F(z;C,E)		z	F(z;C,E)		z	F(z;C,E)	
0°	0,307	0	32°	0,362	4	64°	0,701	26	77°,1	1,372	11	80°,3	1,814	18
1	0,307	0	33	0,366	5	65	0,727	28	77,2	1,383	10	80,4	1,832	19
2	0,307	0	34	0,371	4	66	0,755	30	77,3	1,393	11	80,5	1,851	20
3	0,307	0	35	0,375	5	67	0,785	34	77,4	1,404	11	80,6	1,871	19
4	0,307	1	36	0,380	4	68	0,819	37	77,5	1,415	11	80,7	1,890	20
5	0,308	0	37	0,384	5	69	0,856	41	77,6	1,426	12	80,8	1,910	21
6	0,308	1	38	0,389	6	70	0,897	46	77,7	1,438	11	80,9	1,931	21
7	0,309	1	39	0,395	6	71	0,943	50	77,8	1,449	12	81,0	1,952	22
8	0,310	0	40	0,401	6	72	0,993	57	77,9	1,461	12	81,1	1,974	22
9	0,310	1	41	0,407	6	73	1,050	64	78,0	1,473	12	81,2	1,996	22
10	0,311	1	42	0,413	7	74	1,114	71	78,1	1,485	12	81,3	2,018	23
11	0,312	1	43	0,420	7	75,0	1,185	7	78,2	1,497	13	81,4	2,041	24
12	0,313	2	44	0,427	7	75,1	1,192	8	78,3	1,510	13	81,5	2,065	25
13	0,315	1	45	0,434	8	75,2	1,200	8	78,4	1,523	13	81,6	2,090	25
14	0,316	1	46	0,442	8	75,3	1,208	8	78,5	1,536	13	81,7	2,115	25
15	0,317	2	47	0,450	8	75,4	1,216	8	78,6	1,549	14	81,8	2,140	26
16	0,319	1	48	0,458	9	75,5	1,224	8	78,7	1,563	13	81,9	2,166	26
17	0,320	2	49	0,467	9	75,6	1,232	9	78,8	1,576	14	82,0	2,192	27
18	0,322	2	50	0,476	11	75,7	1,241	8	78,9	1,590	14	82,1	2,219	28
19	0,324	2	51	0,487	11	75,8	1,249	9	79,0	1,604	14	82,2	2,247	28
20	0,326	2	52	0,498	11	75,9	1,258	9	79,1	1,618	15	82,3	2,275	29
21	0,328	3	53	0,509	13	76,0	1,267	9	79,2	1,633	15	82,4	2,304	30
22	0,331	2	54	0,522	14	76,1	1,276	9	79,3	1,648	15	82,5	2,334	31
23	0,333	3	55	0,536	14	76,2	1,285	9	79,4	1,663	16	82,6	2,365	31
24	0,336	3	56	0,550	14	76,3	1,294	9	79,5	1,679	16	82,7	2,396	32
25	0,339	3	57	0,564	16	76,4	1,303	10	79,6	1,695	16	82,8	2,428	33
26	0,342	2	58	0,580	16	76,5	1,313	9	79,7	1,711	16	82,9	2,461	34
27	0,344	3	59	0,596	18	76,6	1,322	10	79,8	1,727	17	83,0	2,495	35
28	0,347	3	60	0,614	19	76,7	1,332	10	79,9	1,744	17	83,1	2,530	37
29	0,350	4	61	0,633	21	76,8	1,342	10	80,0	1,761	17	83,2	2,567	37
30	0,354	4	62	0,654	22	76,9	1,352	10	80,1	1,778	18	83,3	2,604	38
31	0,358	4	63	0,676	25	77,0	1,362	10	80,2	1,796	18	83,4	2,642	40
32	0,362		64	0,701		77,1	1,372		80,3	1,814		83,5	2,682	

Segue Tavola Iz.

z	F(z;C,E)		z	F(z;C,E)		z	F(z;C,E)		z	F(z;C,E)		z	F(z;C,E)	
83°.5	2,682	41	85°25'	3,749	13	86°5'	4,345	18	86°45'	5,159	24	87°25'	6,319	36
6	2,723	42	26	3,762	13	6	4,363	17	46	5,183	24	26	6,355	36
7	2,765	43	27	3,775	13	7	4,380	18	47	5,207	24	27	6,391	36
8	2,808	44	28	3,788	13	8	4,398	17	48	5,231	24	28	6,427	36
9	2,852	46	29	3,801	14	9	4,415	18	49	5,255	25	29	6,463	37
84°0'	2,898	47	30	3,815	13	10	4,433	18	50	5,280	25	30	6,500	38
1	2,945	48	31	3,828	14	11	4,451	18	51	5,315	25	31	6,538	37
2	2,993	50	32	3,842	13	12	4,469	19	52	5,330	26	32	6,575	38
3	3,043	53	33	3,855	14	13	4,488	18	53	5,356	25	33	6,613	39
4	3,096	55	34	3,869	14	14	4,506	19	54	5,381	26	34	6,652	38
5	3,151	57	35	3,883	14	15	4,525	19	55	5,407	26	35	6,690	39
6	3,208	58	36	3,897	13	16	4,544	19	56	5,433	27	36	6,729	40
7	3,266	60	37	3,910	14	17	4,563	19	57	5,460	28	37	6,769	40
8	3,326	62	38	3,924	14	18	4,582	19	58	5,488	27	38	6,809	40
9	3,388	64	39	3,938	15	19	4,601	19	59	5,515	27	39	6,849	41
85 0	3,452	11	40	3,953	14	20	4,620	19	87 0	5,542	28	40	6,890	42
1	3,463	11	41	3,967	15	21	4,639	19	1	5,570	28	41	6,932	43
2	3,474	11	42	3,982	14	22	4,658	20	2	5,598	28	42	6,975	42
3	3,485	11	43	3,996	15	23	4,678	21	3	5,626	29	43	7,017	43
4	3,496	11	44	4,011	15	24	4,699	20	4	5,655	28	44	7,060	43
5	3,507	12	45	4,026	15	25	4,719	20	5	5,683	29	45	7,103	44
6	3,519	11	46	4,041	16	26	4,739	21	6	5,712	29	46	7,147	44
7	3,530	11	47	4,057	15	27	4,760	20	7	5,741	30	47	7,191	45
8	3,541	11	48	4,072	15	28	4,780	20	8	5,771	30	48	7,236	46
9	3,552	12	49	4,087	15	29	4,800	21	9	5,801	30	49	7,282	46
10	3,564	12	50	4,102	15	30	4,821	21	10	5,831	30	50	7,328	46
11	3,576	11	51	4,117	16	31	4,842	21	11	5,861	30	51	7,374	47
12	3,587	12	52	4,133	15	32	4,863	21	12	5,891	31	52	7,421	48
13	3,599	13	53	4,148	16	33	4,884	22	13	5,922	31	53	7,469	48
14	3,612	12	54	4,164	16	34	4,906	22	14	5,953	32	54	7,517	48
15	3,624	13	55	4,180	16	35	4,928	22	15	5,985	32	55	7,565	49
16	3,637	12	56	4,196	16	36	4,950	23	16	6,017	32	56	7,614	50
17	3,649	12	57	4,212	16	37	4,973	23	17	6,049	33	57	7,664	50
18	3,661	13	58	4,228	16	38	4,996	22	18	6,082	33	58	7,714	51
19	3,674	12	59	4,244	17	39	5,018	23	19	6,115	33	59	7,765	51
20	3,686	12	86 0	4,261	17	40	5,041	23	20	6,148	34	88 0	7,816	53
21	3,698	13	1	4,278	16	41	5,064	23	21	6,182	33	1	7,869	53
22	3,711	12	2	4,294	17	42	5,087	23	22	6,215	34	2	7,922	54
23	3,723	13	3	4,311	17	43	5,110	24	23	6,249	35	3	7,976	55
24	3,736	13	4	4,328	17	44	5,134	25	24	6,284	35	4	8,031	55
25	3,749		5	4,345		45	5,159		25	6,319		5	8,086	

Segue TAVOLA I E.

z	F(z; C, E)		z	F(z; C, E)		z	F(z; C, E)		z	F(z; C, E)		z	F(z; C, E)	
88° 5'	8,086	55	88° 16'	8,734	64	88° 27'	9,483	74	88° 38'	10,350	85	8° 49'	11,360	100
6	8,141	56	17	8,798	65	28	9,557	74	39	10,435	87	50	11.460	101
7	8,197	57	18	8,863	66	29	9,631	75	40	10,522	88	51	11,561	103
8	8,254	58	19	8,929	66	30	9,706	77	41	10·610	89	52	11,664	104
9	8,312	58	20	8,995	67	31	9,783	77	42	10,699	91	53	11,768	106
10	8,370	59	21	9,062	68	32	9,860	79	43	10,790	92	54	11,874	108
11	8,429	60	22	9,130	69	33	9,939	80	44	10,882	93	55	11,982	109
12	8,489	60	23	9,199	69	34	10,019	81	45	10,975	94	56	12,091	110
13	8,549	61	24	9,268	70	35	10,100	82	46	11,069	95	57	12.201	112
14	8,610	62	25	9,338	72	36	10,182	83	47	11,564	97	58	12,318	114
15	8,672	62	26	9,410	73	37	10,265	85	48	11,261	99	59	(12,427	(1) 116
16	8,734		27	9,483		38	10,350		49	11,360		89 0	12,543)	

(1) Gli ultimi due valori sono ottenuti per via di estrapolazione.

TAVOLA II$_E$

$\Delta z = z_E - z_C$ = Correzione da apportare alla distanza zenitale apparente dei raggi in Catania (z_C) per ottenere la distanza zenitale apparente dei raggi stessi all'altezza dell'Etna (z_E).

z_C	Δz		z_C	Δz		z_C	Δz		z_C	Δz		z_C	Δz		z_C	Δz	
°	′		°	′		°	′		°	′		°	′		°	′	
50	− 1,6	4	76	− 5,3	4	85,1	− 15,0	3	86,1	− 18,6	5	87,1	− 24,2	8	88,1	− 34,3	15
55	− 2,0	4	77	− 5,7	5	85,2	− 15,3	3	86,2	− 19,1	5	87,2	− 25,0	8	88,2	− 35,8	15
60	− 2,4	4	78	− 6,2	6	85,3	− 15,6	3	86,3	− 19,6	5	87,3	− 25,8	9	88,3	− 37,3	16
65	− 2,8	8	79	− 6,8	7	85,4	− 15,9	4	86,4	− 20,1	5	87,4	− 26,7	9	88,4	− 38,9	18
70	− 3,6	2	80	− 7,5	8	85,5	− 16,3	3	86,5	− 20,6	5	87,5	− 27,6	9	88,5	− 40,7	18
71	− 3,8	3	81	− 8,3	10	85,6	− 16,6	4	86,6	− 21,1	6	87,6	− 28,5	10	88,6	− 42,5	20
72	− 4,1	2	82	− 9,3	13	85,7	− 17,0	4	86,7	− 21,7	6	87,7	− 29,5	11	88,7	− 44,5	22
73	− 4,3	3	83	− 10,6	18	85,8	− 17,4	3	86,8	− 22,3	5	87,8	− 30,6	11	88,8	− 46,7	24
74	− 4,6	3	84	− 12,4	23	85,9	− 17,7	4	86,9	− 22,8	7	87,9	− 31,7	12	88,9	− 49,1	26
75	− 4,9	4	85	− 14,7	3	86,0	− 18,1	5	87,0	− 23,5	7	88,0	− 32,9	15	89,0	− 51 7	

TAVOLA III$_E$

Coefficienti a e b per la correzione $\Delta_T F(z; C, E)$ dipendente dalla temperatura nella forma:

$$\Delta_T F(z; C, E) = a\tau + b\tau^2 \qquad (\tau = t^\circ : 10^\circ).$$

z	a		z	a	
0°	— 0,009	11	87°,0	— 0,179	6
60	— 0,020	8	87,1	— 0,185	6
70	— 0,028	9	87,2	— 0,191	6
75	— 0,037	18	87,3	— 0,197	7
80	— 0,055	6	87,4	— 0,204	7
81	— 0,061	8	87,5	— 0,211	8
82	— 0,069	10	87,6	— 0,219	9
83	— 0,079	12	87,7	— 0,228	10
84	— 0,091	17	87,8	— 0,238	10
85	— 0,108	28	87,9	— 0,248	11
86,0	— 0,136	3	88,0	— 0,259	12
86,1	— 0,139	3	88,1	— 0,271	13
86,2	— 0,142	3	88,2	— 0,284	14
86,3	— 0,145	4	88,3	— 0,298	16
86,4	— 0,149	4	88,4	— 0,314	17
86,5	— 0,153	5	88,5	— 0,331	19
86,6	— 0,158	5	88,6	— 0,350	20
86,7	— 0,163	5	88,7	— 0,370	22
86,8	— 0,168	5	88,8	— 0,392	26
86,9	— 0,173	6	88,9	— 0,418	29
87,0	— 0,179		89,0	— 0,457	

z	b	
70°	+ 0,0008	7
75	+ 0,0015	3
80	+ 0,0018	1
81	+ 0,0019	2
82	+ 0,0021	3
83	+ 0,0024	4
84	+ 0,0028	6
85	+ 0,0034	10
86	+ 0,0044	14
87	+ 0,0058	5
87,2	+ 0,0063	5
87,4	+ 0,0068	5
87,6	+ 0,0073	6
87,8	+ 0,0079	8
88,0	+ 0,0087	10
88,2	+ 0,0097	13
88,4	+ 0,0110	16
88,6	+ 0,0126	20
88,8	+ 0,0146	24
89,0	+ 0,0170	

INDICE

INTRODUZIONE.

CAPITOLO PRIMO.

CAPITOLO SECONDO.

CAPITOLO TERZO.

CAPITOLO QUARTO.

APPENDICE.

TAVOLE NUMERICHE.

